

MOREAU

Solution de la question 332

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 16 (1857), p. 26-27

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__26_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1857, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 552

(voir tome XV, p. 243)

PAR M. MOREAU,

Élève du lycée Saint-Louis (classe de M. Briot)

Soit

$$X = MN^k,$$

M et N sont des fonctions algébriques entières de x n'ayant pas de facteurs communs ni multiples (*). k est un nombre entier positif. Désignons par P le plus grand commun diviseur de X et de $\frac{dX}{dx}$, faisons

$$Q = \frac{X}{P}, \quad R = \frac{dX}{P dx},$$

alors N est le plus grand commun diviseur de Q et de $R = k \frac{dQ}{dx}$.

En effet, on a

$$\frac{dX}{dx} = \frac{dM}{dx} N^k + k M N^{k-1} \frac{dN}{dx}$$

ou bien

$$\frac{dX}{dx} = N^{k-1} \left(\frac{dM}{dx} N + k \frac{dN}{dx} M \right)$$

Le plus grand commun diviseur de X et de sa dérivée est N^{k-1} , car, d'après les conditions de l'énoncé, MN et $\frac{dM}{dx} N + k \frac{dN}{dx} M$ n'ont pas de facteurs communs.

* Il est évident que cette condition est nécessaire pour la démonstration.

(27)

Ainsi

$$P = N^{k-1}$$

Maintenant on a

$$Q = MN, \quad R = \frac{dM}{dr} N + k \frac{dN}{dx} M,$$

et

$$\begin{aligned} R - k \frac{dQ}{dx} &= \frac{dM}{dx} N + k \frac{dN}{dr} M - k \left(\frac{dM}{dr} N + \frac{dN}{dx} M \right) \\ &= (1 - k) \frac{dM}{dx} N. \end{aligned}$$

Le plus grand commun diviseur de

$$Q = MN$$

et de

$$R - k \frac{dQ}{dr} = (1 - k) \frac{dM}{dx} N$$

est donc N .