Problème Malfatti (voir t. XII, p. 131)

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 16 (1857), p. 261

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__261_0>

PROBLÈME MALFATTI

(voir t. XII, p. 131).

Dans l'endroit cité, on a les trois équations

$$x = s \sin^2(\sigma - \varphi),$$
$$y = s \sin^2(\sigma - \chi),$$
$$z = s \sin^2(\sigma - \psi).$$

Substituant pour σ, φ, χ, ψ leurs valeurs, M. Cayley trouve (*Quarterly Journal,* déc. 1855, p. 226):

$$2x = s - \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s}} + \sqrt{\frac{(s-a)bc}{s}} - \sqrt{\frac{(s-a)ac}{s}} - \sqrt{\frac{(s-c)bc}{s}},$$

$$2y = s - \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s}} - \sqrt{\frac{(s-a)bc}{s}} + \sqrt{\frac{(s-b)ac}{s}} - \sqrt{\frac{(s-c)bc}{s}},$$

$$2z = s - \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s}} - \sqrt{\frac{(s-a)bc}{s}} - \sqrt{\frac{(s-b)ac}{s}} + \sqrt{\frac{(s-c)ab}{s}},$$

$$2yz = \sqrt{(s-b)(s-c)} - \sqrt{s(s-a)} + \sqrt{bc},$$

$$2zx = \sqrt{(s-c)(s-a)} - \sqrt{s(s-b)} + \sqrt{ac},$$

$$2xy = \sqrt{(s-a)(s-b)} - \sqrt{s(s-c)} + \sqrt{ab}.$$