

BOYELDIEU

A. SYLVESTRE

Solution de la question 354

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 16
(1857), p. 24-25

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__24_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1857, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 554

VOL. XX, p. 305

PAR MM. BOYELDIEU ET A. SILVESTRE,

Elevés de M. Catalan

On donne quatre droites $A = 0$, $B = 0$, $C = 0$, $D = 0$ et un point O dans leur plan : on joint ce plan au point d'intersection de $A = 0$ et $B = 0$, et l'on prend la conjuguée harmonique de cette droite par rapport au système (A, B) ; on fait de même par rapport au système (C, D) . Ces deux droites se coupent en un point (1). On opère de même par rapport aux systèmes (A, C) et (B, D) , puis (A, D) et (B, C) . On obtient ainsi deux nouveaux points d'intersection (2) et (3) en ligne droite avec le premier.

Démonstration

Si A_1, B_1, C_1, D_1 sont les valeurs que prennent les premiers membres des équations de nos droites quand on y remplace les coordonnées variables par celles du point O ,

$$\frac{A}{A_1} - \frac{B}{B_1} = 0$$

sera la forme de l'équation des droites joignant le point O aux points d'intersection des droites données.

On sait d'ailleurs que les deux droites $P + \lambda Q = 0$, $P - \lambda Q = 0$ sont conjuguées harmoniques par rapport aux deux droites $P = 0$ et $Q = 0$.

Ceci étant, les équations de nos conjuguées harmoni-

ques pourront se mettre sous la forme

$$(1) \quad \begin{cases} \frac{A}{A_1} + \frac{B}{B_1} = 0, \\ \frac{C}{C_1} + \frac{D}{D_1} = 0, \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} \frac{A}{A_1} + \frac{C}{C_1} = 0, \\ \frac{B}{B_1} + \frac{D}{D_1} = 0, \end{cases}$$

$$(3) \quad \begin{cases} \frac{A}{A_1} + \frac{D}{D_1} = 0, \\ \frac{B}{B_1} + \frac{C}{C_1} = 0, \end{cases}$$

d'où l'on voit immédiatement que la droite

$$\frac{A}{A_1} + \frac{B}{B_1} + \frac{C}{C_1} + \frac{D}{D_1} = 0$$

passé par les trois points d'intersection dont il s'agit.

Note. Un abonné de Marseille fait observer que dans un quadrilatère plan les droites qui joignent les milieux des côtés opposés et les droites qui joignent les milieux des deux diagonales se coupent en un même point. La perspective de cette figure donne le théorème 353 dont le théorème 354 est le corrélatif. L'élégant mode de solution de MM. Boyeldieu et Silvestre s'applique avec un égal succès au théorème 353.
