

A. PICART

BOURDELLES

## **Solution de la question 344**

*Nouvelles annales de mathématiques 1<sup>re</sup> série*, tome 16  
(1857), p. 22-23

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1857\\_1\\_16\\_\\_22\\_1](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__22_1)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1857, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

---

---

### SOLUTION DE LA QUESTION 544

(voir t. XV, p. 393).

PAR MM. A. PICART ET BOURDELLES,  
Elèves du lycée Saint-Louis (classe de M. Briot);

---

Un point fixe  $O$  est donné dans un angle plan  $A$ . Par  $O$ , on mène une transversale rencontrant les côtés de l'angle en  $B$  et en  $C$ ,  $S$  et  $S'$  étant les aires des triangles  $OBA$ ,  $OCA$ , la somme  $\frac{1}{S} + \frac{1}{S'}$  est constante, quelle que soit la manière dont on mène la transversale.

Soient  $OB'$ ,  $OC'$  les perpendiculaires abaissées du point  $O$  sur les côtés  $AB$ ,  $AC$ . J'ai

$$\frac{1}{S} + \frac{1}{S'} = \frac{2}{AB \cdot OB'} + \frac{2}{AC \cdot OC'} = \frac{2(AB \cdot OB' + AC \cdot OC')}{AB \cdot AC \cdot OB' \cdot OC'}$$

Or

$$AB \cdot OB' + AC \cdot OC' = AB \cdot AC \sin A$$

Donc

$$\frac{1}{S} + \frac{1}{S'} = \frac{2 AB \cdot AC \sin A}{AB \cdot AC \cdot OB' \cdot OC'} = \frac{2 \sin A}{OB' \cdot OC'} = \text{constante.}$$

C. Q. F. D.

On aurait pu du reste arriver à priori à cette expression  $\frac{2 \sin A}{OB' \cdot OC'}$  de la constante.

En effet, si je mène la transversale  $OO'$  de manière qu'elle soit parallèle à l'un des côtés de l'angle, la somme

$\frac{1}{S} + \frac{1}{S'}$  se réduit à  $\frac{1}{S}$ . Or

$$S = \frac{AO^2 \times \sin O'AO \sin OAC}{2 \sin A}.$$

Mais

$$AO \sin OAO = OB',$$

$$AO \sin OAC = OC';$$

donc

$$\frac{1}{S} = \frac{2 \sin A}{OB' \cdot OC'}.$$

Il serait facile de voir que le théorème subsiste encore quand la transversale rencontre un côté et le prolongement de l'autre, ou bien encore quand le point  $O$  est à l'extérieur de l'angle. Alors la somme se change en différence. L'énoncé général exige qu'on dise la somme *algébrique*.