L. BOURDELLES

Solution de la question 359

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 16 (1857), p. 176-177

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__176_1>

SOLUTION DE LA QUESTION 359

(voir t. XVI, p. 58),

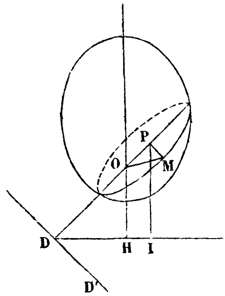
PAR M. L. BOURDELLES,
Élève du lycée Saint-Louis (classe de M. Briot).

Une surface de révolution étant engendrée par la révolution d'une conique autour d'un axe principal, tout plan mené par un foyer O de la conique coupe la surface suivant une conique qui a le même point O pour foyer (*). (MÖBIUS.)

Soit DD' l'intersection du plan sécant et du plan polaire du point O. Je dis que le point O est le foyer de la section et que DD' est la directrice.

(*) MM. Persoz et Clery donnent une solution analytique et font la bonne observation que l'axe principal doit être l'axe à foyer. M. Poupelet, élève de M. Amiot (lycée Napoléon), adresse une solution analytique et géométrique; de même M. A. Rainbaux. TM.

Pour le démontrer, j'abaisse du point M, pris d'une



manière quelconque sur la courbe, une perpendiculaire MP sur son axe, lequel va rencontrer DD' au point D. Il suffit de faire voir que

$$\frac{\mathrm{OM}}{\mathrm{DP}} = \text{constante}.$$

Or, en abaissant du point P la perpendiculaire PI sur le plan polaire, on aura

$$(1) \qquad \frac{\mathrm{DP}}{\mathrm{PI}} = \frac{\mathrm{DO}}{\mathrm{OH}}.$$

Mais si je considère le méridien de la surface passant par le point M, sa trace sur le plan polaire est la directrice de la conique méridienne, et comme la distance du point M à cette directrice est égale à PI, on aura

$$\frac{\mathrm{OM}}{\mathrm{PI}} = k = \text{constante}.$$

Donc, en remplaçant PI par sa valeur dans l'égalité (1), il viendra

$$\frac{\mathrm{DP}}{\mathrm{OM}} = \frac{1}{k} \times \frac{\mathrm{DO}}{\mathrm{OH}} = \text{constante},$$

car les longueurs DO, OH ne varient pas quand le point M se déplace sur la courbe.