

EUGÈNE ROUCHÉ

**Sur la division abrégée (voir t. XIII, p. 170)**

*Nouvelles annales de mathématiques 1<sup>re</sup> série*, tome 16  
(1857), p. 152-155

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1857\\_1\\_16\\_\\_152\\_0](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__152_0)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1857, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

---



---

## SUR LA DIVISION ABRÉGÉE

( voir t. XIII, p. 170 ) ;

PAR M. EUGÈNE ROUCHÉ,  
Professeur au lycée Charlemagne.

---

**PRINCIPE.** *Quand on substitue au diviseur le nombre formé par ses  $m + 1$  premiers chiffres significatifs (en remplaçant par des zéros ceux des chiffres supprimés qui sont à gauche de la virgule), on augmente le quotient d'une quantité moindre que l'unité de l'ordre de son  $m^{\text{ième}}$  chiffre.*

En effet, substituer au diviseur exact 648,2717954 la valeur approchée 648,271 revient à multiplier le quotient par

$$\frac{648,2717954}{648,271} = 1 + \frac{0,0007954}{648,271},$$

ou à l'augmenter de son produit par  $\frac{0,0007954}{648,271}$ . Or cette

fraction est moindre que  $\frac{0,001}{100} = \frac{1}{10^5}$ ; d'ailleurs le quotient contient au plus 99999 unités de son cinquième chiffre : il est donc inférieur à  $10^5$  unités de l'ordre de ce chiffre; et, par suite, l'erreur en plus commise sur ce quotient n'atteint pas une unité du cinquième chiffre.

C. Q. F. D.

**RÈGLE.** *Pour obtenir, à moins d'une unité d'un certain ordre, le quotient de deux nombres entiers ou décimaux, on commence par déterminer l'ordre des plus hautes unités du quotient exact, et, par suite, le nombre des chiffres du quotient demandé; on prend DEUX chiffres de plus au diviseur et on divise le dividende par le*

nombre ainsi formé, abstraction faite des virgules. Seulement, après chaque division partielle, au lieu d'abaisser à la droite du reste le chiffre suivant du dividende, on divise ce reste tel qu'il est par le diviseur précédent privé de son dernier chiffre, et l'on s'arrête dès qu'on a au quotient le nombre de chiffres voulu. On place ensuite la virgule d'après l'approximation énoncée.

*Exemple.* Soient les deux nombres 15466,273863, 648,2717954 dont on demande le quotient à moins de 0,01.

Les plus hautes unités du quotient exact sont des dizaines; le quotient demandé aura donc quatre chiffres, puisque son dernier chiffre doit exprimer des centièmes. On prend pour diviseur le nombre de six chiffres 648,271, et en suivant la marche indiquée on trouve 23,85.

*Démonstration.* En remplaçant le diviseur par le nombre de six chiffres 648,271, on augmente le quotient d'une quantité moindre qu'une unité de l'ordre de son cinquième chiffre, c'est-à-dire moindre que 0,001. Telle serait l'erreur, si l'on conservait pour diviseur 648,271; mais dans l'opération suivante, au lieu de diviser le reste par 648,271, on prend pour nouveau diviseur le nombre de cinq chiffres 648,27; de là résulte une nouvelle erreur, en plus, moindre qu'une unité du quatrième chiffre du nouveau quotient, c'est-à-dire moindre qu'une unité du cinquième chiffre du quotient total, et, par suite, moindre encore que 0,001. En continuant ainsi, on voit que chaque opération augmente le quotient d'une quantité moindre que 0,001; donc, après quatre opérations, l'erreur finale en plus sera plus petite que 0,004 et à fortiori que 0,01.

$$\begin{array}{r}
 15466,27 \quad | \quad 648,271 \\
 250085 \quad | \quad 23,85 \\
 55604 \\
 3748 \\
 50,8
 \end{array}$$

De plus, en négligeant de diviser le dernier reste par le dernier diviseur, c'est-à-dire en négligeant les chiffres du quotient qui suivent les centièmes, on commet une erreur en moins inférieure à 0,01.

Les deux erreurs, l'une en plus, l'autre en moins, se compensent en partie, et comme chacune d'elles est inférieure à 0,01, l'erreur totale est moindre que 0,01 en plus ou en moins.

*Remarque.* La règle précédente semble exiger que le quotient demandé ait moins de onze chiffres afin que l'erreur en plus soit moindre que  $0,001 \times 10 = 0,01$ . Mais hâtons-nous d'observer que la limite indiquée dans notre principe est loin d'être aussi resserrée que possible.

Au lieu de prendre 100 pour limite inférieure du diviseur, on peut mettre 640 puisque le dernier diviseur employé a toujours trois chiffres (on prend en effet deux chiffres de plus au diviseur qu'au quotient et l'on ne commence à supprimer un chiffre sur la droite du diviseur qu'à partir de la deuxième opération); on trouve alors pour limite de l'erreur, dans chaque opération partielle,  $\frac{1}{6,4}$  de l'unité du cinquième chiffre du quotient, on a donc

$$\frac{0,001}{6,4} = \frac{0,01}{64},$$

et pour que l'erreur totale précédente produite par les altérations successives du diviseur ne dépasse pas 0,01, il suffit que le nombre des chiffres du quotient demandé ne surpasse pas le nombre 64 formé par l'ensemble des deux premiers chiffres du diviseur.

On voit ainsi :

*Qu'il suffira de prendre au diviseur un chiffre de plus qu'au quotient toutes les fois que le nombre des chiffres*

*du quotient demandé n'excédera pas le premier chiffre du diviseur, et que, en général, n étant le nombre des chiffres du quotient demandé, il faudra compter sur la gauche du diviseur assez de chiffres pour former un nombre au moins égal à n et puis prendre n chiffres de plus. C'est la règle de M. Lionnet (t. XI, p. 148).*

Il n'y a d'ailleurs aucune modification à faire dans le cas où un dividende partiel contient dix fois le diviseur correspondant. On prend alors 10 pour quotient partiel; on trouve que les quotients partiels suivants sont nuls, et le quotient ainsi obtenu est évidemment approché par excès.

---