

DIEU

**Programme d'une nouvelle théorie de
la mesure des prismes**

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 16
(1857), p. 143-145

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__143_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1857, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**PROGRAMME D'UNE NOUVELLE THÉORIE DE LA MESURE
DES PRISMES;**

PAR M. DIEU,

Professeur à la Faculté de Grenoble.

THÉORÈME I. *La mesure d'un parallépipède rectangle droit est le produit de sa base par sa hauteur.*

(Démonstration par la décomposition en cubes.)

Corollaire I. Cette mesure s'étend :

1°. Au parallépipède droit.

(Équivalent au parallépipède rectangle de base équivalente et de même hauteur, construit en formant, de la manière bien connue, des rectangles sur les bases parallélogrammes : on a une partie commune et des parties évidemment superposables.)

2°. Au prisme triangulaire droit. •

(Moitié du parallépipède droit de base double et de même hauteur.)

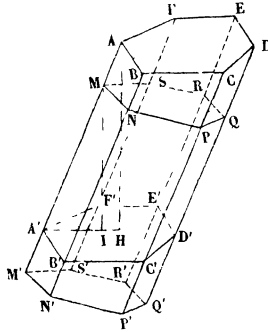
3°. Au prisme polygonal droit.

(Somme de prismes triangulaires.)

Remarques. Deux prismes droits de bases équivalentes et de même hauteur sont équivalents. Deux prismes droits de bases équivalentes sont proportionnels à leurs hauteurs et deux prismes droits de même hauteur sont proportionnels à leurs bases.

THÉORÈME II. *La mesure d'un prisme oblique est le produit de la section droite par la longueur des arêtes latérales.*

Remarque. S'il s'agit d'un parallépipède, il faut dire : Le produit d'une section droite par la longueur des arêtes perpendiculaires à cette section.



(AD' étant le prisme oblique, $MNP\dots$ une section droite et MQ' le prisme droit construit sur $MNP\dots$ dont la hauteur $MM' = AA'$. On prouve facilement que ce prisme droit est équivalent au prisme oblique, partie commune MD' et parties superposables $MD, M'D'$. Pour établir la superposition de ces dernières parties, il est bon de remarquer que les angles trièdres $[M, M']$, $[N, N']$, etc., sont égaux deux à deux, faces égales chacune à chacune.)

Remarques. Deux prismes obliques sont équivalents lorsque leurs sections droites sont équivalentes et leurs arêtes latérales égales. Ils sont proportionnels à leurs arêtes latérales, si les sections droites sont équivalentes, et à leurs sections droites si les arêtes latérales sont égales.

THÉORÈME III. *La mesure d'un prisme oblique quelconque est le produit de sa base par sa hauteur.*

Démonstration. Soient $A'D$ le prisme, $MNP\dots$ une section droite, MI et AH deux perpendiculaires aux bases du prisme. Désignons par B l'aire de ces bases, par S celle

des sections droites, par h la hauteur AH , enfin par A la longueur des arêtes AA'

D'après un théorème connu, en remarquant que la section droite MNP ... est sur son plan, la projection de la base $A'B'C'$..., on a

$$\frac{S}{B} = \frac{MI}{MA'}.$$

Mais les triangles semblables $MA'I$, $AA'H$ donnent

$$\frac{MI}{MA'} = \frac{AH}{AA'} = \frac{h}{a};$$

donc

$$\frac{S}{B} = \frac{h}{a},$$

d'où

$$Bh = Sa = \text{volume prisme (théor. précédent)}.$$

Remarques. Deux prismes quelconques de bases équivalentes et de même hauteur sont équivalents. Deux prismes quelconques de bases équivalentes sont proportionnels à leurs hauteurs, et deux prismes quelconques de même hauteur sont proportionnels à leurs bases.