Nouvelles annales de mathématiques

L. Bourdelles

Solution de la question 358 (Faure)

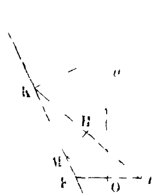
Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 16 (1857), p. 140-141

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__140_1>

SOLUTION DE LA QUESTION 338 (FAURE)

(voir t. XVI, p. 98),

PAR M. L. BOURDELLES,
Élève du lycée Saint-Louis (classe de M. Briot).



1°. Soit M le point de rencontre de la sécante arbitraire F′K avec une des coniques; je mène par ce point la tangente MN à cette conique: je dis que cette droite sera tangente à la parabole ayant pour foyer le point F et pour directrice la sécante F′K.

En effet, j'abaisse du foyer F une perpendiculaire à cette tangente. Soient K le point où elle rencontre la sécante et H le point où elle coupe la tangente; si je joins M, F, le triangle KMF est isocèle, car la droite MH, tangente à la conique au point M, est bissectrice de l'angle KMF. Il en résulte que le point H est le milieu de KF, et, par suite, que MN est tangente à la parabole considérée.

La même démonstration s'applique à toutes les coniques homofocales ; par conséquent, si l'on mène des tangentes à toutes ces courbes par les points où la sécante les rencontre, la courbe enveloppe de ces tangentes sera une parabole.

2°. Il est évident que cette parabole est tangente à l'axe Oy des coniques qui contient les foyers imaginaires, car il est perpendiculaire sur FF' et en son milieu O.

3°. Toute tangente commune à une conique et à la parabole est vue du foyer sous un angle droit.

En effet, je considère la tangente menée par le point M; soit N le point où elle touche la parabole. Si du point N j'abaisse une perpendiculaire NK sur la directrice, je forme un triangle NKM, rectangle en K, qui est égal au triangle MFN; donc l'angle MFN sous lequel on voit la tangente MN du foyer F est aussi droit. C. Q. F. D.

Note. MM. E. Carénon et E. Laguières, élèves du lycée Saint-Louis (classe de M. Faurie), ont résolu la question de la même manière. M. Abel Rainbeaux donne une solution analytique. M. Rassicod, élève du lycée Saint-Louis (classe de M. Briot), ramène ingénieusement la proposition à celle-ci : Du foyer F' comme centre et du grand axe comme rayon, on décrit le cercle *directeur*, on prolonge le rayon vecteur quelconque F' P jusqu'à ce qu'il rencontre le cercle directeur en Q; par le point Q, on mène une tangente au cercle, et par le point P une tangente à l'ellipse. Le lieu d'intersection E de deux tangentes est une parabole. La connexion de ce résultat avec celui dont il s'agit est évidente. En faisant varier la droite arbitraire, le point E décrit la directrice de l'ellipse relative au foyer F.

Note. MM. Sylvestre et Boyeldieu, élèves de M. Catalan, et M. Poupelet, de l'institution Reusse, ont adressé les mêmes solutions.