

Solution de la même question 345

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 16 (1857), p. 10-11

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__10_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1857, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA MÊME QUESTION 345

PAR M. P. R.,
Élève du lycée Bonaparte.

Soit

$$f(x) = A_0 x^n + A_1 x^{n-1} + \dots + A_{m-1} x + A_m = 0$$

le polynôme proposé. k étant un nombre entier quelconque, de même que k' , on suppose que

$$f(0) = A_m = 2k + 1,$$

$$f(1) = A_0 + A_1 + \dots + A_{m-1} + A_m = 2k' + 1.$$

Aucun nombre p entier mis à la place de x ne satisfait à l'équation

$$f(x) = 0.$$

En effet, effectuons la substitution. Il vient

$$A_0 p^n + A_1 p^{n-1} + A_2 p^{n-2} + \dots + A_{m-1} p + A_m.$$

Si p est pair, tous les termes le sont, à l'exception de A_m ;
 donc la somme algébrique de ces termes n'est pas nulle.
 Si p est impair, la somme des termes

$$(1) \quad A_0 p^m + A_1 p^{m-1} + \dots + A_{m-1} p$$

est encore paire. Car

$$f(1) - f(0) = 2k - 2k' = 2(k - k').$$

Donc le nombre des coefficients impairs de (1) est pair.
 Donc leur somme algébrique est paire. La somme algébrique des termes de (1) à coefficients pairs est encore paire. Donc enfin le polynôme (1) est pair, et, par suite, le polynôme

$$A_0 p^m + A_1 p^{m-1} + \dots + A_{m-1} p + A_m$$

n'est pas nul, puisque A_m est impair.
