

CATALAN

**Exercices d'algèbre extraits du manuel des
candidats à l'École polytechnique**

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 15
(1856), p. 257-258

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1856_1_15__257_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1856, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/legal.php>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques*

<http://www.numdam.org/>

EXERCICES D'ALGÈBRE

Extraits du Manuel des candidats à l'École Polytechnique

DE M. CATALAN (*).

I. Étant donné le système

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_p = a_1,$$

$$x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_{p+1} = a_2,$$

$$\dots \dots \dots$$

$$x_n + x_1 + x_2 + \dots + x_{p-1} = a_n,$$

trouver dans quel cas il est *déterminé, indéterminé* ou *impossible*. Quand il est déterminé, quel est son *déterminant* et quelles sont les valeurs des inconnues?

II. Transformer l'expression $\frac{1}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} - \sqrt[3]{(a+b)}}$ en une autre dont le dénominateur soit rationnel.

III. En représentant par m un nombre plus grand que l'unité, on a

$$1 + \frac{1}{m+1} + \frac{1 \cdot 2}{(m+1)(m+2)} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{(m+1)(m+2)(m+3)} \\ + \dots = \frac{m}{m-1}.$$

IV. De combien de manières peut-on former le nombre 251 par l'addition de douze nombres entiers, inférieurs à 50?

(*) Sous presse, chez M. Mallet-Bachelier.

V. Démontrer la double inégalité

$$\frac{1}{(p-1)(a-1)^{p-1}} > \frac{1}{a^p} + \frac{1}{(a+1)^p} + \frac{1}{(a+2)^p} + \dots$$

$$> \frac{1}{(p-1)a^{p-1}}.$$

VI. Développer, en série ordonnée suivant les puissances entières et positives de x , la fonction

$$\frac{x}{1-x} + \frac{2x^2}{1-x^2} + \frac{3x^3}{1-x^3} + \frac{4x^4}{1-x^4} + \dots$$

Quel sera le coefficient de x^n . La série sera-t-elle convergente ($1 > x > 0$)?

VII. Trouver la somme des produits trois à trois des n premiers nombres naturels.

VIII. Trouver la plus petite valeur entière de x vérifiant l'inégalité

$$(1,01)^x > 10x.$$

IX. Une personne emprunte pour un an, à *intérêt composé*, un *capital* a . Elle convient de se libérer au moyen de n paiements égaux, effectués à des intervalles de temps égaux entre eux. Le premier paiement sera fait $\frac{1}{n}$ d'année après le moment de l'emprunt. Le taux de l'intérêt est de $\frac{z}{n}$ pour franc pour $\frac{1}{n}$ d'année. On demande

- 1°. La valeur b de chacun des paiements;
- 2°. Vers quelle limite tend le rapport $\frac{nb}{a}$, lorsque n augmente indéfiniment;
- 3°. Comment varie cette limite lorsque r diminue;
- 4°. Quelle est la valeur de cette limite pour $r = 0$.

La suite prochainement.
