NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

STERN

Sur une assertion de Goldbach relative aux nombres impairs

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 15 (1856), p. 23-24

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1856_1_15__23_0>

SUR UNE ASSERTION DE GOLDBACH RELATIVE AUX NOMBRES IMPAIRS;

PAR M. STERN,

Professeur à Gottingue.

Dans la *Correspondance mathématique et physique de quelques célèbres géomètres*, on lit (t. I, p. 595) un théorème sur les nombres que Goldbach avait trouvé par induction, savoir que tous les nombres impairs sont de la forme $p + 2a^2$, où p désigne au nombre premier, a un nombre entier ou zéro. Si ce théorème était vrai, il s'ensuivrait donc que tout nombre impair non premier est de la forme $p + 2b^2$, p étant un nombre premier et b un nombre entier plus grand que zéro, pendant que les nombres premiers ne sont pas tous de cette forme. Euler, auquel Goldbach avait communiqué ce théorème, dit l'avoir vérifié pour tous les nombres plus petits que 1000 et il ajoute qu'il a examiné beaucoup de nombres plus grands sans trouver une exception, et que par cette raison il croit ce théorème généralement vrai sans pourtant le vouloir garantir (*ib.*, page 596). D'un autre endroit (p. 606) on doit conclure qu'Euler a examiné au moins tous les nombres jusqu'à 2500.

Il y a quelque temps, j'étais conduit à répéter le calcul d'Euler sur tous les nombres plus petits que 1000 et je remarquai alors que les nombres premiers plus petits que cette limite qui *ne sont pas* de la forme $p + 2b^2$, sont tous de la forme $6n + 5$: ce sont les nombres 17, 137, 227, 977, pendant qu'il existe beaucoup de nombres premiers qui sont en même temps de la forme $6n + 5$ et de la forme $p + 2b^2$, comme, par exemple, le nombre 41. C'est pour cela que j'engageai plusieurs jeunes géomètres étudiant à Gottingue à continuer le calcul. Ils ont d'abord examiné tous les nombres jusqu'à 6000, et cela a conduit au résultat remarquable que le théorème de Goldbach est faux. En effet, on trouve dans l'intervalle indiqué deux nombres impairs composés qui ne sont pas de la forme $p + 2b^2$, le nombre $5777 = 53.109$ et le nombre $5993 = 13.461$. Mais nous avons pu remarquer en même temps qu'encore dans cet intervalle tous les nombres premiers ou composés qui ne sont pas de la forme $p + 2b^2$, sont tous de la forme $6n + 5$. Il y en a huit, savoir : 17, 137, 227, 977, 1187, 1493, 5777, 5993. Le calcul continué jusqu'à 9000 n'a plus donné aucune exception à la règle de Goldbach ; c'est-à-dire que tous les nombres impairs renfermés entre 6000 et 9000 sont tous de la forme $p + 2b^2$. Il est donc prouvé par le calcul que tous les nombres impairs plus petits que 9000 qui ne sont pas de la forme $6n + 5$, sont de la forme $p + 2b^2$, et l'on peut demander si le théorème de Goldbach n'est pas au moins généralement vrai sous cette restriction.