NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

ANGELO GENOCCHI

Sur l’élimination (voir t. XIII, p. 357)

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 14 (1855), p. 259-260

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1855_1_14__259_0>

SUR L'ÉLIMINATION

(voir t. XIII, p. 357),

PAR M. ANGELO GENOCCHI.

Lorsqu'on dit qu'une équation dont les q premiers termes disparaissent a q racines infinies, il me semble qu'on ne veut pas dire que l'équation réduite admet ces q racines, car une équation n'a pas plus de racines que n'en comporte son degré, et autant vaudrait dire qu'une équation du premier degré a deux, trois, etc., racines parce qu'on peut la faire naître d'une équation supérieure par l'annulation de ces premiers termes, mais on veut dire seulement qu'il y a q racines de l'*équation primitive* qui vont croissant au delà de toute limite, lorsque les q premiers termes tendent à s'évanouir. Pareillement, si deux équations incomplètes, l'une du sixième degré et l'autre du treizième, ont une résultante du cinquante-huitième degré, ce n'est pas qu'elles admettent vingt solutions *infinies* en sus de ces cinquante-huit *finies*, mais ce sont les équations générales et complètes des mêmes degrés, dont vingt solutions convergent vers des valeurs infinies, tandis que ces équations générales convergent vers les équations particulières incomplètes (*voir* page 356). Cela posé, l'*absurde* sur lequel serait fondée la démonstration de la page 357 s'évanouit. En admettant que l'équation finale *générale* ait q racines de plus que l'équation finale *particulière*, il ne s'ensuivrait pas qu'il y eût q valeurs infinies vérifiant le système particulier formé d'équations décomposables en facteurs linéaires, mais seulement que le système général d'équations non décomposables a q racines dont les valeurs tendent à devenir infinies, tandis que ce système converge vers le système particulier. A la limite, où les équations générales sont remplacées par les équations particulières, ces q racines disparaissent et n'appartiennent plus aux équations réduites (comme je le répète) des deux racines d'une équation du second degré, l'une disparaît en devenant infinie lorsque, par l'annulation du premier terme, l'équation est réduite au premier degré et n'est susceptible, en conséquence, que d'une seule racine.

Note du Rédacteur. Si l'on trouve de prime abord une équation de degré m et qu'on veuille, sans rime ni raison, supposer qu'elle provienne d'une équation de degré $m+n$, qui a n racines infinies, cela répugne au bon sens. Mais il en est autrement si l'on trouve de prime abord une équation de degré $m+n$ et qu'ensuite, par certaines considérations sur les données de la question, on parvienne à une équation de degré m; on est autorisé à dire que n racines du cas général sont devenues infinies dans ce cas particulier. Donc, à ce qu'il me semble, la difficulté subsiste toujours.