NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Sur une surface du troisième degré qu'on rencontre en mécanique

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 13 (1854), p. 413-415

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1854_1_13__413_1>

SUR UNE SURFACE DU TROISIÈME DEGRÉ QU'ON RENCONTRE EN MÉCANIQUE.

Soit l'équation d'une surface du troisième degré

$$(x+y)(y+z)(z+x) - c^2(x+y) - a^2(y+z) \\ - b^2(z+x) - 2abc = 0.$$

Cette équation peut se mettre sous la forme

$$(x+y)(xy-c^2) + (y+z)(yz-a^2) + (z+x)(xz-b^2) \\ - 2(abc - xyz) = 0;$$

elle est satisfaite en posant

$$xy = c^2, \quad yz = a^2, \quad zx = b^2,$$

d'où

$$x = \frac{bc}{a},$$

$$y = \frac{ca}{b},$$

$$z = \frac{ab}{c}.$$

Si l'on a

$$xy > c^2, \quad yz > a^2, \quad zx > b^2,$$

les coordonnées ne peuvent être simultanément réelles.

Si l'on a

$$x = y = 0, \quad z = -\frac{2abc}{a^2 + b^2},$$

$$x = z = 0, \quad y = -\frac{2abc}{a^2 + c^2},$$

$$y = z = 0, \quad x = -\frac{2abc}{b^2 + c^2},$$

le plan

$$x + y + p = 0,$$

où p est une constante, coupe la surface suivant une hyperbole équilatère.

Observation. Cette équation est l'objet d'une de ces excellentes Notes dont M. J. Bertrand a enrichi la 3e édition de la *Mécanique analytique* (tome I, page 407) (*). C'est un travail accompli avec science et conscience; synthèse indispensable chez un éditeur, et qui devient très-rare. « A une époque où, sauf quelques honorables » exceptions, la publication d'un livre est une opération » purement mercantile, où les Traités des sciences sur» tout, taillés sur le même patron, ne diffèrent entre eux » que par des nuances de rédaction souvent impercep» tibles,..., on accomplit, je crois, un devoir en diri» geant l'attention des commençants vers les sources ori» ginales. » C'est ce que disait Arago en 1831, dans son éloge de Volta (*Mém. de l'Acad. des Sciences*, tome XII, page 73). M. Bertrand s'est pénétré de ce devoir en reproduisant un chef-d'œuvre de philosophie mathématique, brillant par l'unité de pensée, de plan, de méthode. Sans doute, dans un ouvrage de si haute portée, de si longue haleine, on s'aperçoit dans un petit nombre d'endroits que le génie de Lagrange est celui d'un homme. Ces inad-

(*) On lit une éloquente analyse de cette édition dans l'*Athenæum français* du 27 août 1853, par M. Alfred Maury, sous-bibliothécaire à l'Institut

vertances sont éminemment instructives, lorsqu'elles sont signalées et rectifiées par des géomètres tels que Poinsot, Binet, Bertrand. C'est ainsi que dans Euclide même, dans cet autel élevé à la logique géométrique, on rencontre cette grande inadvertance, cette confusion des solides égaux par superposition et par symétrie, inadvertance qu'Euler a si richement réparée. Il faudra toujours en revenir à ces grands maîtres, car « en fait de mathé-
» matiques, il n'y a à profiter que dans les méthodes et
» les livres qui ne consistent qu'en détails ou en propo-
» sitions particulières, ne sont bons qu'à faire perdre du
» temps à ceux qui les font et à ceux qui les lisent. »
[*Analyse des Infiniment petits*, préface (*).]

C'est en 1699 que L'Hospital faisait cette observation, et, en 1854, c'est vers ces boutiquiers en détail qu'on veut pousser la jeunesse, et qui y perdra, outre le temps, l'aptitude aux raisonnements abstraits, longuement enchaînés, l'aptitude aux profondes méditations.