NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Théorème segmentaire sur le triangle inscrit dans une conique

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 13 (1854), p. 35-36

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1854_1_13__35_1>

THÉORÈME SEGMENTAIRE SUR LE TRIANGLE INSCRIT DANS UNE CONIQUE.

THÉORÈME. *Un triangle étant inscrit dans une conique, toute sécante menée par le pôle d'un des côtés coupe les deux autres côtés en deux points polairement conjugués.*

Démonstration. Soit ABC le triangle inscrit; par le pôle de AB menons une sécante coupant le côté BC en D et côté AC prolongé en E; soient F le point où la droite BE rencontre la conique et G le point de rencontre des côtés opposés AB, CF du quadrilatère inscrit ABCF, et D′ le point d'intersection des diagonales AF, BC du même quadrilatère. D'après une propriété connue, les trois points D′, E, G sont polairement conjugués, et D′G est la polaire du point E qui est sur la sécante: mais BAG est la polaire d'un autre point de la sécante, donc G est le pôle de la sécante DE; mais G est aussi le pôle de la droite D′E, donc les points D et D′ se confondent; donc D et E sont polairement conjugués. C. Q. F. D.

Corollaire 1. Si la sécante est un diamètre conjugué au côté AB, le demi-diamètre est une moyenne proportionnelle géométrique entre OD et OE, O étant le centre de la conique.

Corollaire 2. Connaissant trois points d'une conique et le centre, le corollaire précédent fait connaître la *grandeur* d'un demi-diamètre conjugué à l'un des côtés du triangle donné, et par conséquent on peut construire tous les éléments de la conique sans qu'elle soit tracée.

Corollaire 3. Étant données cinq tangentes à une conique; au moyen du théorème de Newton sur le quadrilatère circonscrit, on détermine le centre; par le théorème de Brianchon sur l'hexagramme circonscrit, on détermine les points de contact; l'on revient ainsi au corollaire 2.

Corollaire 4. Étant donnés cinq points d'une conique; au moyen de l'hexagramme de Pascal, on détermine les cinq tangentes qui passent par ces points, et l'on revient au corollaire 3.

Note. J'ai trouvé ce théorème, réduit au corollaire 1er, dans l'ouvrage suivant : *Trattato elementare di Geometria analitica;* per Rafaele Rubini. Napoli, 1852; in-8° de 496 pages. C'est l'œuvre d'un jeune homme, dédié à son professeur Fortunata Padula, auteur d'un *Raccolta di problemi di geometria risoluti con l'analisi algebrica.* La simple démonstration *segmentaire* du théorème m'a été donnée par M. A. Mannheim ; l'habile géomètre vient de faire construire une *Règle à calcul cylindrique,* plus commode, plus exacte, que sa règle plate (*voir* t. XII, p. 327), et plus portative (*). Nous remarquerons, à cette occasion, qu'à la Notice bibliographique donnée par M. Benoît, sur *cette règle* (*voir* t. XII, p. 328), on doit ajouter l'ouvrage *Usus scalarum logisticarum,* du célèbre Segner (Jean-André de), et qui ne se *trouve* pas à la Bibliothèque impériale.