

## Questions

*Nouvelles annales de mathématiques 1<sup>re</sup> série*, tome 13 (1854), p. 314-316

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1854\\_1\\_13\\_\\_314\\_1](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1854_1_13__314_1)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1854, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

---

---

### QUESTIONS.

---

293. Soient  $p$  un nombre premier et  $X$  un polynôme tel que

$$X = a_1 + a_2 x + a_3 x^2 + \dots + a_n x^{n-1}.$$

En donnant à chaque coefficient  $a$  toutes les valeurs

$$0, 1, 2, 3, \dots, p-1,$$

on aura  $p^n$  valeurs de  $X$ , dont l'une sera zéro. Si l'on élève toutes les valeurs de  $X$  à la puissance  $m$ , et qu'on représente la somme des résultats par  $\sum X^m$ , on aura

$$\sum X^m = \text{un multiple de } p,$$

si  $m < p^n - 1$ ; mais l'égalité précédente n'aura pas lieu si  $m = p^n - 1$ . (J. A. SERRET.)

294. Soient  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ ,  $n$  points matériels d'égales masses;  $G_2$  le centre de gravité de  $P_1, P_2$ ;  $G_3$  le centre de gravité de  $P_3$  et de la masse  $P_1 + P_2$  posée en  $G_2$ ;  $G_4$  le centre de gravité de  $P_4$  et de  $G_3$ , et ainsi de suite; de sorte que  $G_n$  est le centre de gravité de  $P_n$  et de  $G_{n-1}$ ;  $G_n$  est indépendant de la manière dont on prend les masses; désignons par  $A_{(i)}$  la distance de  $G_{i-1}$  à  $P_i$ , la quantité

$$\frac{1}{2}(A_2)^2 + \frac{2}{3}(A_3)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)(A_4)^2 + \dots + \left(\frac{n-1}{n}\right)A_n^2$$

est constante, dans quelque ordre qu'on prenne les masses.

*Observation.*  $G_1$  est la même chose que  $P_1$ : ainsi  $A_2$  est la distance de  $P_1$  à  $P_2$ . (STEINER.)

295. Par un point  $P$  pris dans le plan d'une courbe algébrique  $M$ , on mène des normales à cette courbe, qui la rencontrent aux points  $A_1, A_2, \dots, A_n$ . On suppose que la somme des carrés de ces normales est égale à  $p^2$ , quantité constante. Le point  $P$  engendre une nouvelle courbe  $M_1$ ; la normale à cette courbe menée par le point  $P$  passe par le centre de gravité des points  $A_1, A_2$ , etc.

Cherchons un point  $Q$  tel, que l'on ait

$$(QA_1)^2 + (QA_2)^2 + \dots + QA_n = p^2.$$

Le lieu du point  $Q$  est une courbe  $M_2$  touchant la courbe  $M_1$  au point  $P$ .

( 316 )

Il en sera de même pour une relation quelconque entre les normales; dans la relation donnée,  $M_1$  est un cercle.