Nouvelles annales de mathématiques

Grand concours de 1854. Classe de logique, section des sciences (voir t. XII, p. 314)

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 13 (1854), p. 296-298

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1854_1_13__296_0>

GRAND CONCOURS DE 1854

(voir t. XII, p. 314).

CLASSE DE LOGIQUE,

SECTION DES SCIENCES.

1°. Dans tout tétraèdre, on peut considérer, pour chaque arête, 1° l'angle dièdre des deux faces qui se coupent suivant cette arête; 2° les inclinaisons de cette même arête sur chacune des deux autres faces auxquelles elle se termine: ce qui, pour les six arêtes considérées simultanément, donne en tout *dix-huit* angles. On propose de démontrer que la somme de ces *dix-huit* angles est *constante* et égale à *douze* angles droits dans tout tétraèdre, où les arêtes opposées sont perpendiculaires entre elles, c'est-à-dire dans tout tétraèdre où les angles qu'on formerait en considérant les trois couples d'arêtes, qui ne se rencontrent pas, et menant, par un point quelconque de l'espace, des parallèles aux arêtes de chaque couple, seraient trois angles droits.

2°. Dans tout tétraèdre, quand, sur les six arêtes, il y en a deux qui sont respectivement perpendiculaires aux deux arêtes qui leur sont opposées, on propose de démontrer que les deux arêtes restantes sont aussi perpendiculaires l'une sur l'autre (*).

3°. Démontrer que, dans un tétraèdre où chaque arête est perpendiculaire à son opposée, les quatre hauteurs se rencontrent en un même point.

Observation. C'est une classe de logique. Il me semble que la logique exige qu'on démontre la possibilité de

(*) *Dans tout tétraèdre. . on propose de démontrer....* Est-ce français?

l'objet avant d'en démontrer les propriétés. Un tel tétraèdre existe-t-il? Il fallait commencer par démontrer qu'on peut construire un tétraèdre où deux couples d'arêtes opposées représentent chacun un angle droit; que, dans un tel tétraèdre, le troisième couple d'arêtes figure aussi un angle droit; puis, etc. Pourquoi donner une forme illogique à une question de logique?

Le *c'est-à-dire* suppose que les élèves parisiens admis au grand Concours ignorent que deux droites peuvent être à angle droit sans se rencontrer; supposition très-honorable pour ces élèves, pour leurs professeurs, et, en général, pour notre *alma mater parisiensis*. Au total, c'est une bonne question à proposer, pendant le courant de l'année, dans l'intérieur d'un collége : mais au grand concours ?

Si je commettais de semblables questions, *corampopulo,* pour ne laisser peser aucun soupçon sur autrui, je regarderais comme une nécessité d'honneur de me nommer.

Mathématiques spéciales.

On sait et l'on démontre aisément que, si un cercle roule intérieurement sur la circonférence d'un autre cercle d'un rayon double, la ligne décrite par un point de la première circonférence est un diamètre de la seconde, et l'on a fait d'intéressantes applications de cette propriété aux arts industriels. On propose d'examiner le cas où le point décrivant est situé sur un rayon du cercle mobile, en dedans ou en dehors de sa circonférence; on déterminera la nature de la courbe que ce point décrit (*).

Observation. Cette belle propriété, qui remonte à la Hire, triturée dans tous les Cours, dans tous les Traités,

(*) Les élèves ayant déclaré connaître le lieu demandé, la lecture de la question n'a pas été achevée. Nous en donnerons la fin. Cette déclaration est la partie estimable, le côté moral du concours. Honneur aux élèves !

est universellement connue ; les *arts industriels*, amenés si à propos, ont excité une grande hilarité dans l'assemblée des élèves. Aussi a-t-on été obligé, comme l'année dernière, à retirer cette question et on l'a remplacée par la suivante :

QUESTION. *Démontrer le théorème suivant relatif à l'hyperbole.*

Si l'on prend pour diamètre d'un cercle la portion de l'axe non transverse comprise entre le centre et la normale en un point quelconque de la courbe, la tangente menée au cercle par ce dernier point est égale au demi-axe réel.

Résoudre, d'après cela, la question suivante :

Étant donnés les deux sommets et un troisième point quelconque de l'hyperbole, construire la normale en ce point.

Indiquer les propriétés et les constructions analogues pour l'ellipse.

Observation. Cela découle immédiatement de cette propriété des courbes à centre : le produit de la distance du centre à une tangente par la portion de la normale terminée à l'un quelconque des axes est égal au carré de l'autre demi-axe; propriété qu'on lit et qu'on démontre dans tous les Traités anciens et nouveaux de géométrie analytique (par exemple *Cirodde*, page 410) (*).

Nous sommes forcés de supprimer les réflexions que nous inspire la comparaison de ce Concours avec celui de 1850 (*voir* tome IX, page 282).

O. TERQUEM.

(*La fin prochainement.*)

(*) Il n'y a même pas besoin de ce théorème : il suffit d'écrire l'équation de la normale, etc. Il y en a pour dix minutes, et les élèves sont en conclave pendant dix heures !