

Tables des valeurs de $\Delta^n 0^m$

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 13
(1854), p. 272-274

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1854_1_13__272_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1854, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

TABLES DES VALEURS DE $\Delta^n 0^m$.

$\Delta^n 0^m$ est la valeur $\Delta^n x^m$ en y faisant $x = 0$;

$$f(x+1) - f(x) = \Delta f(x),$$

et l'on a

$$\Delta^n 0^m = n^m - \frac{n}{1} (n-1)^m + \frac{n(n-2)}{1 \cdot 2} (n-2)^m \\ - \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} (n-3)^m + \dots$$

(LACROIX, *Calcul des différ.*, n° 86.)

Comme ces valeurs reviennent très-souvent dans le calcul aux différences finies (maintenant employé dans la résolution numérique des équations), nous croyons utile de donner la Table suivante consignée (page 9) dans cet excellent ouvrage : *A collection of examples of the applications of the calculus of finite differences*, by J.-F.-W. Herschel; Cambridge, 1820, in-8° de 42 pages.

| | Δ^1 | Δ^2 | Δ^3 | Δ^4 | Δ^5 | Δ^6 | Δ^7 | Δ^8 | Δ^9 | Δ^{10} |
|----------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|---------------|
| 0^1 | 1 | | | | | | | | | |
| 0^2 | 1 | 2 | | | | | | | | |
| 0^3 | 1 | 6 | 6 | | | | | | | |
| 0^4 | 1 | 14 | 36 | 24 | | | | | | |
| 0^5 | 1 | 30 | 150 | 240 | 120 | | | | | |
| 0^6 | 1 | 62 | 540 | 1560 | 1800 | 720 | | | | |
| 0^7 | 1 | 126 | 1806 | 8400 | 16800 | 15120 | 5040 | | | |
| 0^8 | 1 | 254 | 5796 | 40824 | 126000 | 191520 | 141120 | 40320 | | |
| 0^9 | 1 | 510 | 18150 | 186480 | 834120 | 1905120 | 2328480 | 1451520 | 362880 | |
| 0^{10} | 1 | 1022 | 55980 | 818520 | 5103000 | 16435440 | 29635200 | 30240000 | 16329600 | 3628800 |

On a

$$\Delta^n . 0^n = 1 . 2 . 3 \dots n ;$$

$$\Delta^n . 0^{n+1} = 1 . 2 . 3 \dots n + 1 . \frac{n}{2} ;$$

$$\Delta^n . 0^{n+2} = 1 . 2 . 3 \dots n + 2 . \frac{3n^2 + n}{24} ;$$

$$\Delta^n . 0^{n+3} = 1 . 2 . 3 \dots n + 3 . \frac{n^3 + n^2}{48} ;$$

$$\Delta^n . 0^{n+4} = 1 . 2 . 3 \dots n + 4 . \frac{15n^4 + 30n^3 + 5n^2 - 2n}{5760}$$

(LACROIX, *Cal. diff.*, p. 861, 946);

lorsque n est très-grand, on a les valeurs approchées

$$\Delta^n . 0^n = \sqrt{2\pi} \cdot n^{\frac{1}{2}} \left(\frac{n}{e}\right)^n,$$

$$\Delta^n . 0^{n+1} = \frac{\sqrt{2\pi}}{2} \cdot n^{\frac{5}{2}} \left(\frac{n}{e}\right)^n,$$

$$\Delta^n . 0^{n+2} = \frac{\sqrt{2\pi}}{8} \cdot n^{\frac{9}{2}} \left(\frac{n}{e}\right)^n,$$

$$\Delta^n . 0^{n+3} = \frac{\sqrt{2\pi}}{49} \cdot n^{\frac{13}{2}} \left(\frac{n}{e}\right)^n.$$

A la fin de l'ouvrage, on trouve *Examples of the solutions of functional equations, by Charles Babbage*; c'est le célèbre inventeur de la machine mathématique la plus universelle, la plus prodigieuse qu'on ait jamais imaginée; elle calcule une série quelconque dont on connaît la loi par différences.

Sir John Herschel est le célèbre astronome auteur de l'article *Lumière* dans l'*Encyclopédie métropolitaine*, directeur de la Monnaie, poste occupé jadis par Newton. C'est un des esprits les plus vastes, un des caractères les plus beaux, les plus élevés que possède l'Angleterre. L'ouvrage cité ci-dessus est extrêmement instructif pour

s'exercer au calcul par différence, direct et inverse. Ce sir John Herschel est le fils illustre de l'illustre William Herschel Uranus. Rappelons, en passant, que la première idée de Herschel, en découvrant sa planète, était de lui donner le nom de son bienfaiteur, le roi Georges : cet homme avait aussi du génie dans le cœur.
