A. DE POLIGNAC

Notice historique sur le crible d'Ératosthènes

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 12 (1853), p. 429-432

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1853_1_12__429_1>

NOTICE HISTORIQUE SUR LE CRIBLE D'ÉRATOSTHÈNES (*);

PAR M. A. DE POLIGNAC,
Élève de l'École Polytechnique, aujourd'hui élève à l'École d'application de l'artillerie et du génie, à Metz.

Ératosthènes florissait en Égypte du temps d'Archimède; son savoir immense lui valut d'être nommé, par le troi-

(*) Ératosthènes est né à Cyrène dans la 126e olympiade (—276); il fut placé à la tête de la Bibliothèque alexandrine par Ptolémée Évergète, dans la 139e olympiade (— 226); il occupa cette place sous le règne entier de Philipator et jusqu'à la 10e et 12e année de Ptolémée Épiphanes. Sa vue s'étant considérablement affaiblie, il s'est laissé mourir de faim l'an —194 ou —196. Voici la liste des ouvrages dont les noms se sont conservés :

1°. Καταστερισμῶν, *Description des astres et leur histoire fabuleuse*. C'est le seul ouvrage qui nous soit parvenu; la première édition a été entreprise par J. Fellus, *Oxon*, 1672; in-8, avec des Notes. On le trouve avec une traduction latine dans les *Opuscula Physica et Ethica*, de Thomas Galeus; Amst., 1688; in-8. Le P. Petau a inséré cet ouvrage dans son *Uranologia*; Paris, 1630; et réimprimé, Amst., 1703; in-fol. Il en attaque l'authenticité, parce qu'on y trouve : 1° le nom d'Hipparque; 2° le nom du mois de juillet, postérieur à Ératosthènes; 3° le mot barbare ἀλεκτροπόδιον, par lequel les Grecs plus modernes ont désigné Orion;

2°. Ἀριθμητική; citée par Théon de Smyrne, Jamblique, et d'autres;

3°. Ἀρχιτεκτονικόν, *de l'Architecture*; cité par Sophocle, scholiaste d'Apollonius; lib. I, v. 29;

4°. Ἀστρονομία; cité par Suidas;

5°. Γεωγραφούμενα, *Geographica*; citée par plusieurs et par César, *de Bello Gallico*, VI, 24;

6°. Γνωμονικά; attribué à Ératosthènes, d'après un endroit de Censorinus;

7°. Κόσκινον, *Cribrum arithmeticum*; la construction nous a été conservée par Nicomaque; *Arithm.*, lib. I, cap. 17; il paraît que c'est extrait de l'arithmétique (2°);

8°. Ἐπιστολαί; Lettre à Hégétore, Lacédémonien; citée par Macrobe;

sième Ptolémée, bibliothécaire de la célèbre bibliothèque d'Alexandrie. Il excellait à la fois dans la philosophie, les mathématiques, l'éloquence, la poésie et dans la science des antiquités; aussi est-il désigné parfois sous le nom de πένταθλος (*) : c'est ainsi que les anciens nommaient ceux qui, aux jeux olympiens, avaient été vainqueurs à la fois dans les cinq exercices.

Ses travaux mathématiques, dirigés principalement vers l'astronomie et la géométrie, lui méritèrent d'être associé dans l'admiration des anciens aux trois célèbres géomètres : Aristée, Euclide, Apollonius. Il travailla moins la science des nombres que Pythagore ou Diophante, mais il laissa cependant sur ce sujet une méthode fort ingénieuse pour trouver indirectement tous les nombres premiers.

Je n'expliquerai point ici cette méthode, qui maintenant se trouve dans plusieurs Arithmétiques, et que les anciens désignaient sous le nom de *Crible d'Ératosthènes*, attendu qu'Ératosthènes arrivait à la connaissance des

---

V, 21 ; à Ptolémee, sur la Duplication du cube; conservée par Eutocius dans son Commentaire sur la sphère d'Archimède, et éditée par Fellus, nommée ci-dessus;

9°. Περὶ κωνικῶν τομῶν, *sur les sections du cône;* cité par le commentaire de Proclus sur Euclide, lib. II, p. 31: c'est le seul passage qu'on cite ordinairement pour montrer qu'Ératosthènes a traité des sections coniques; mais ce passage est relatif à la Lettre sur la duplication du cube, adressée à Ptolemée;

10°. Μετρησεις, *Dimensions des planètes;* citee par beaucoup d'anciens, Vitruve, Pline, etc.

Ceux qui désirent plus de détails doivent consulter la Bibliothèque grecque de Fabricius; tome IV, pages 117-127, nouvelle édition, 1795. Tm.

(*) Il fut aussi surnommé βῆτα ; les uns disent parce qu'il occupe dans toutes les sciences au moins la seconde place ; d'autres parce qu'il était le second bibliothécaire en chef de la bibliothèque alexandrine. Le premier fut Zénodote, le second Ératosthènes, le troisième Apollonius, et le quatrième Aristonyme; cependant on n'a pas surnommé Zénodote par la lettre α, etc. Tm.

nombres premiers par l'exclusion de tous ceux qui ne l'étaient pas. Depuis, quelques auteurs ont travaillé là-dessus, mais sans rien ajouter d'intéressant à ce qu'avait fait l'inventeur.

Ces auteurs sont : 1° Nicomaque de Gerasè, qui vivait dans le IV^e ou V^e siècle, et qui, dans son Εἰσαγωγὴ Ἀριθμητική, tout en cherchant à amplifier le principe d'Ératosthènes, l'a un peu dénaturé;

2°. Johannes Grammaticus, commentateur de Nicomaque;

3°. Bœtius (Boëce), dont le Traité sur l'arithmétique (*Isagoge. Arithm.*, Beotii, *Arithm.*, lib. II), n'est guère qu'un abrégé de celui de Nicomaque;

4°. Enfin Horsley, qui lut, en 1772, un Mémoire (imprimé dans le tome LXII des *Philosophical Transactions*, pages 327 et suivantes), ayant pour titre : « ΚΟΣΚΙΝΟΡ ΕΡΑΤΟΣΘΕΝΟΥΣ, *on the sieve of Eratosthenes; Being an account of his method of finding all the prime numbers; by the Rev.* Samuel Horsley. F. R. S. (*). »

Horsley s'efforce, dans cet ouvrage, de rétablir le véritable esprit de la méthode d'Ératosthènes, méthode qu'il regarde comme un des plus précieux legs de l'antiquité. Il remarque que cette méthode était à peine connue de son temps. C'est donc peut-être à Horsley que nous sommes redevables de la vulgarisation de cette découverte. Au reste, l'auteur anglais n'a absolument rien ajouté de son propre fonds; il se contente de donner, comme appartenant à Ératosthènes, exactement le même procédé qu'on enseigne aujourd'hui dans presque tous les cours.

Horsley, pour donner un exemple de cette méthode, écrit les nombres impairs consécutifs de 3 à 157. Dans ce tableau, il raye les termes de 3 en 3, mais non com-

---

(*) Éditeur des OEuvres de Newton. Mort en 1806. TM.

pris 3, de 5 en 5, mais non compris 5, et ainsi de suite pour 7 et 11. Alors il remarque que tous les nombres non rayés, et ceux-là seuls, sont premiers dans le tableau considéré.

On pourra voir clairement en quoi la méthode que j'emploie pour l'étude des nombres premiers diffère du procédé d'Ératosthènes; en effet, le savant grec n'ayant en vue que de trouver le plus vite possible un grand nombre de nombres premiers, ne s'arrête pas, après un certain nombre d'opérations, pour examiner dans quel ordre se suivent les nombres rayés et non rayés dans la suite infinie des nombres impairs. Or, c'est là dedans que consiste toute la méthode de la diatomie; il était donc impossible qu'Ératosthènes trouvât aucune loi dans son *Crible* (*).

Legendre, dans son *Essai sur les nombres* (2e édition), lorsqu'il croit démontrer que, dans toute progression arithmétique, il y a une infinité de nombres premiers, s'appuie sur des considérations qui auraient dû le conduire aux suites diatomiques s'il les avait poussées plus loin; mais l'idée de périodicité lui a manqué, et c'est à cela qu'il faut attribuer l'inexactitude de sa démonstration.

Je n'ai pas connaissance d'autres ouvrages se rapprochant de la considération des suites diatomiques. Je suis donc fondé à croire que cette méthode est entièrement neuve, ou du moins qu'elle emprunte bien peu de chose au *Crible* d'Ératosthènes (**).

(*) *Voir* t. VIII, p. 423.

(**) Dans l'ouvrage de l'abbé Privat de Molières : *Leçons de Mathématiques nécessaires pour l'intelligence des principes de Physiques qui s'enseignent actuellement au Collége royal*, 1726, in-12, on trouve des procédés rapides pour former une Table de nombres premiers. PROUHET.