NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

TEMPIER

Division pratique de la circonférence en parties égales (voir p. 77)

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 12 (1853), p. 345-347

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1853_1_12__345_2>

DIVISION PRATIQUE DE LA CIRCONFÉRENCE EN PARTIES ÉGALES

(voir p. 77);

PAR M. TEMPIER,

Sous-directeur des Écoles chrétiennes à Montpellier

Le procédé pratique de Bion expliqué par M. le professeur Housel est susceptible d'une utile modification lorsque n étant pair n'est pas inférieur à 8. Je propose le procédé suivant :

Divisez le diamètre AB en autant de parties égales qu'on veut en avoir sur la circonférence; des points A et B comme centres, et avec AB comme rayon, décrivez deux arcs qui se coupent en C, puis, *si le nombre de divisions est inférieur à* 8, joignez le point C à la seconde division du diamètre *à partir de l'extrémité;* l'arc BD sera la portion demandée de la circonférence. *Si le nombre de divisions étant pair est égal à* 8 *ou plus grand,* menez par le point C deux sécantes passant, l'une CF par le centre O, et l'autre CE par la deuxième division *à partir du centre;* l'arc EF, intercepté par les deux sécantes, est l'arc demandé.

Cette modification donnera, pour les cas qui se trouveront dans la deuxième condition de l'énoncé, une approximation incomparablement plus grande que celle qui est donnée par l'énoncé primitif.

Pour justifier cette assertion, il suffit de calculer l'angle EOF ou δ pour les diverses valeurs de n, de comparer les résultats aux valeurs exactes $\frac{360}{n}$, et les différences à celles qu'ont fait connaître les calculs de M. Housel.

Les calculs que j'ai employés pour arriver à la valeur de sinus δ étant analogues à ceux de ce mathématicien pour connaître l'angle qu'il a nommé γ, je crois inutile de les transcrire; voici l'expression générale à laquelle ils m'ont conduit,

$$\sin\delta = \frac{12n + \sqrt{48n^2 - 512}}{3n^2 + 16},$$

formule qui confirme ce que l'on savait, à priori, que le procédé n'est pas applicable lorsque $n < 4$, parce qu'alors le radical serait imaginaire.

Voici les résultats des calculs pour diverses valeurs paires de n :

						DIFFÉRENCE donnée par le procédé de Bion.
Pour $n=$ 4,	$\delta = 90^{\circ}$		exact.			exact.
$n=$ 6,	$\delta = 59^{\circ}31'35''$	au lieu de	60°	différence	$-28'45''$	exact.
$n=$ 8,	$\delta = 44.48.45''$	*id.*	45	*id.*	-11.15	$+11'15''$
$n=$ 10,	$\delta = 35.56.32$	*id.*	36	*id.*	-3.28	$+21.24$
$n=$ 12,	$\delta = 30$	*id.*	30	*id.*	0	$+29.45$
$n=$ 14,	$\delta = 25.44.27$	*id.*	$25.42'52''$	*id.*	$+1.35$	$+32.56$
$n=$ 16,	$\delta = 22.30.20$	*id.*	22.30	*id.*	$+2.20$	$+35.54$
$n=$ 18,	$\delta = 20.\ 2.40$	*id.*	20	*id.*	$+2.40$	
$n=$ 20,	$\delta = 18.\ 2.48$	*id.*	18	*id.*	$+2.48$	
$n=$ 22,	$\delta = 16.24.37$	*id.*	16.21.49	*id.*	$+2.48$	
$n=$ 30,	$\delta = 12.\ 2.29$	*id.*	12	*id.*	$+2.29$	
$n=$ 40,	$\delta = 9.\ 2.\ 2$	*id.*	9	*id.*	$+2.\ 2$	
$n=$ 50,	$\delta = 7.13.39$	*id.*	7.12	*id.*	$+1.39$	
$n=$ 60,	$\delta = 6.\ 1.26$	*id.*	6	*id.*	$+1.26$	
$n=$ 70,	$\delta = 5.\ 9.49$	*id.*	5. 8.34	*id.*	$+1.15$	
$n=$ 80,	$\delta = 4.31.\ 6$	*id.*	4.30	*id.*	$+1.\ 6$	
$n=$ 90,	$\delta = 4.59$	*id.*	4	*id.*	$+59$	
$n=$ 100,	$\delta = 3.36,53$	*id.*	3.36	*id.*	$+53$	

Ce tableau montre : 1° que ce procédé est plus exact, et, par conséquent, doit être préféré à celui qui est indiqué par Bion lorsque n égale ou surpasse 8; 2° qu'il donne exactement le douzième de la circonférence; qu'à partir de $n = 12$, les différences augmentent soit en moins, soit en plus; 4° que le maximum de ces différences est $0^{\circ}2'48''$ et correspond à $n = 20$ et 22; au delà de ce nombre, elles vont en diminuant.

Note. Lorsque n est impair, il faut le doubler, afin que le centre O soit un point de division.