TERQUEM

Bibliographie

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 12 (1853), p. 292-298
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1853_1_12__292_1>

BIBLIOGRAPHIE.

Tous les ouvrages annoncés dans les *Nouvelles Annales de Mathématiques* se trouvent chez MALLET-BACHELIER, libraire, quai des Augustins, 55.

TRAITÉ DE CALCUL DIFFÉRENTIEL A L'USAGE DES ASPIRANTS AU GRADE DE LICENCIÉ ÈS SCIENCES MATHÉMATIQUES ; par M. l'abbé *Laurent,* ancien professeur de l'Université. Paris, Mallet-Bachelier, libraire, 1853; in-8°, XVI, 480 pages; figures dans le texte.

On préfère les wagons des chemins de fer aux véhicules traînés par les chevaux, parce qu'il y a économie de temps et de fatigue. Dans l'enseignement mathématique, il faut aussi viser à obtenir, autant que possible, ces deux économies; mais ce n'est pas le point le plus essentiel. Les sciences géométriques ont trois buts qu'il faut savoir distinguer. Le but *matériel* est d'apprendre à mesurer des distances, à métrer des aires, à cuber des volumes, à dessiner des figures semblables, à calculer des sommes et des forces, etc. Accoutumer l'esprit aux raisonnements sévères, aux déductions rigoureuses, aux méditations longues, persistantes, pénétrantes, c'est le but *intellectuel;* enfin il y a un but *moral,* et, certes, ce n'est pas le moins important. Il s'agit de raisonner, non pas en plaidant, en vue de gagner une cause par une dialectique *spécieuse,* mais uniquement pour découvrir la vérité entière, sans mélange d'aucun intérêt personnel, d'aucune passion, d'aucune prévention individuelle; et, sous ce point de vue, les *Éléments* d'Euclide sont un chef-d'œuvre d'une haute moralité, qui devrait servir de prototype à l'éducation scientifique de la jeunesse.

Dans cet ouvrage immortel, on pose des *postulata*, en avouant de bonne foi ne pouvoir les démontrer. Ces *postulata* accordés, on n'invoque plus que le pouvoir indéclinable du syllogisme (*); ainsi le but intellectuel et moral est le premier besoin, constitue la vitalité mathématique. Toutefois il existe une méthode qui, atteignant ce but, a encore le privilége de réaliser les deux économies que nous avons ci-dessus indiquées. C'est la méthode infinitésimale, ou autrement le *calcul différentiel*. Cette méthode repose sur l'idée *obscure*, mais certaine, de l'existence d'un rapport *fini* entre quantités *infiniment* petites. Lorsque deux corps se meuvent uniformément avec des vitesses dans le rapport de 1000 à 1; dès le premier instant, ce rapport existe entre les premiers espaces parcourus quoique infiniment petits; le *comment* échappe à toute explication, mais l'existence est certaine. C'est ainsi que l'Acacia croît bien plus rapidement que le Chêne. Ce rapport entre le temps de croissance existe, sans nul doute, dès les premiers développements naissants des embryons respectifs; embryons qui sont eux-mêmes les produits d'embryons antérieurs, et ainsi de suite. Les différentielles

(*) Le célèbre Ramus a soumis Euclide à un examen logique dans un ouvrage extrêmement curieux : *P. Rami scholarum mathematicarum libri unus et triginta*. Francf., 1599.

Cet ouvrage contient des renseignements historiques d'un haut intérêt. Nous y reviendrons. C'est là qu'on lit le diplôme de Charles IX, qui met les chaires du Collége de France au concours, mesure sollicitée par Ramus. Un nommé Charpentier, ayant été écarté, se vengea en faisant égorger Ramus, dans la sanglante journée de 1572.

sont les embryons des *quantités*. Le calcul différentiel est en quelque sorte *l'ovologie* des mathématiques, et, de même que les Sciences naturelles et physiques ne doivent et ne devront leurs progrès qu'à l'étude de l'ovologie et des actions moléculaires, les Sciences exactes ont leurs racines primordiales dans le sol différentiel; en cultivant ce sol, elles ont acquis plus de richesses en un demi-siècle que dans quarante siècles auparavant, et c'est en persévérant dans cette culture qu'on peut espérer obtenir de nouvelles richesses et de pénétrer de plus en plus dans les profondeurs du monde moléculaire. De plus, ce calcul est d'une extrême facilité, pourvu, bien entendu, qu'on veuille bien l'expliquer d'une manière facile. C'est l'objet du présent *Traité*.

« J'ai tâché de ne jamais perdre de vue que la lucidité » et la rigueur doivent caractériser un livre élémentaire. » Désirant *populariser,* pour ainsi dire, cette partie fon- » damentale des traités mathématiques, je ne me suis pas » laissé dominer par la crainte de paraître quelquefois » prolixe, en m'efforçant d'aplanir les difficultés d'une » science qui en renferme déjà assez de réelles sans en créer » d'autres par défaut de méthode ou de développements. » C'est pourquoi j'ai insisté sur les théories à proportion » de leur importance, et multiplié les exemples, confor- » mément à ce conseil du géomètre anglais : *in scientiis* » *addiscendis, exempla prosunt magis quam præcepta*. » (Newton, *Arith. univ.*)

Le vénérable auteur est resté constamment fidèle à cette promesse. Des exemples simples et multipliés éclaircissent les abstractions des théorèmes, font concevoir la généralité théorique, offrent des points de repère et de repos à l'esprit.

Les méthodes de M. Cauchy servent de guide; mais partout ces méthodes sont mises à la portée du grand nombre, sont *popularisées*. Par exemple, pour expliquer le rapport fini entre quantités infiniment petites, on prend un triangle ABC, et l'on inscrit dans l'angle A une droite DE parallèle à BC; on a $\frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AC}$. Si la parallèle s'approche continuellement du sommet A; AD et AC diminuent constamment; mais leur rapport, même un instant avant que ces segments disparaissent simultanément, est constamment égal à $\frac{AB}{AC}$. L'existence du coefficient différentiel est rendue manifeste par le mouvement de rotation d'une sécante autour d'un point de la courbe. Il nous semble que, dans le même système d'exposition, on aurait pu abréger ce qu'on dit, au commencement, des dérivées de fonctions de fonctions et d'un ensemble de fonctions, etc. Est-il bien nécessaire de démontrer que, lorsque *deux fonctions sont égales, leurs dérivées et leurs différentielles sont aussi égales* (p. 12)? Il ne me paraît pas non plus convenable de commencer un paragraphe par la conjonction *ou* (§ 36, p. 16).

Dès la page 20, l'auteur adopte la notation si expressive de z'_x qui signifie le coefficient différentiel de z pris par rapport à x; ainsi, lorsqu'on a

$$u = \mathrm{F}(z), \quad z = f(y), \quad y = \varphi(x),$$

on peut écrire

$$u'_x = u'_z\, z'_y\, y'_x.$$

La différentielle partielle $d_y u$ est expliquée ensuite. Ainsi, si l'on a

$$u = \varphi(y, z),$$

y et z étant des fonctions de u, on a

$$du = d_y u + d_z u.$$

On donne pour exemple de différentiation des fonctions implicites, l'équation

$$(x - by^2)^{\frac{1}{3}} = (ax^3 - y)^{\frac{1}{5}} \quad \text{(p. 29)}.$$

Les deux premiers chapitres (1-134) renferment tous les procédés différentiels appliqués aux fonctions et aux équations, algébriques et transcendantes, aux différentiations, médiates ou immédiates, partielles ou totales. La théorie si importante du changement de la variable indépendante, clairement développée, termine le premier chapitre. Les *déterminants* se produisant partout où il y a des transformations, on aurait pu en parler à cette occasion. Les théorèmes fondamentaux de Taylor et de Maclaurin, avec les limites des restes, sont bien détaillés et graduellement expliqués et appliqués.

Le chapitre III (139-220) contient les applications *analytiques*. On y indique le moyen ingénieux imaginé par Machin pour rendre très-convergente la série de Leibnitz qui donne la valeur de π; on a

$$\pi = 16\left[\frac{1}{5} - \frac{1}{3.5^3} + \frac{1}{5.5^5} - \frac{1}{7.5^7} + \dots\right]$$
$$- 4\left[\frac{1}{239} - \frac{1}{3.239^3} + \frac{1}{5.239^4} - \dots\right] \quad \text{(p. 152).}$$

Quand le développement de la tangente en fonction de l'arc avec la loi des coefficients, deviendra-t-il élémentaire?

Dans le développement en série des équations à deux variables, on donne, entre autres exemples, l'équation générale des coniques

$$y^2 - mx - nx^2 = 0 \quad \text{(p. 155).}$$

La série de Lagrange est omise.

En traitant des expressions des lignes trigonométriques *circulaires* en fonctions exponentielles, il était facile de dire un mot des lignes trigonométriques *hyperboliques* qui préparent si bien aux fonctions elliptiques.

On donne le développement de $l(1 + e \cos v)$ (p. 175) et de $(1 + e \cos v)$ (p. 195), si utiles en Astronomie.

Les cas particuliers où les fonctions prennent les six valeurs singulières $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, $0 . \infty$, 0^0, ∞^0, 1^∞, sont étudiés avec soin. L'auteur donne de nombreux exemples bien choisis pour faire comprendre la théorie des *valeurs extrêmes* des fonctions à une variable, à plusieurs variables; et lorsque ces valeurs sont assujetties à certaines conditions, on fait usage des *multiplicateurs* qu'on doit à Euler.

Le chapitre quatrième et dernier (224-471) est consacré aux applications *géométriques* et commence par de nombreux problèmes de maxima et minima (224-255), concernant la géométrie triangulaire et polygonale, les coniques (loi de réfraction) : on suit avec intérêt un calcul sur la cellule des abeilles, dont on ne connaît guère que la conformation hexagonale; tandis que c'est le fond de la cellule, le solide qui la termine, qui est la partie la moins connue et la plus merveilleuse. L'auteur cite ici cette pensée de Haüy, « que la devise familière à la nature est économie et simplicité dans les moyens, richesse et variété inépuisable dans les effets (p. 245); » ajoutons que la nature est un mot de trois syllabes : il n'y a de réel et d'admirable que l'auteur de la nature, le Δημιουργός de Platon.

Trente questions sur des maxima et minima, fort intéressantes, sur des périmètres, des aires et des volumes, forment d'instructifs exercices.

Sous le titre de : *Courbes planes*, l'auteur commence par décrire successivement les courbes transcendantes célèbres chez les anciens, la sinusoïde, la cycloïde, etc., courbes modernes, et démontre les propriétés principales des coniques.

La théorie des tangentes, normales, rayons de courbure, angles de contingence, développées et développantes, est exposée analytiquement et éclaircie géométriquement.

L'ouvrage est terminé par les formules connues relatives aux courbes à double courbure et aux surfaces courbes (430-471).

M. l'abbé Laurent déblaye les avenues de la Science. Après avoir lu son ouvrage, on étudiera avec fruit les Traités de MM. Cauchy, Duhamel, Cournot, Moigno. On doit féliciter le vénérable auteur de marcher sur les traces des Daguillon, Clavius, Mersenne, Gassendi, Lami, Boscowich, etc., et de consacrer ses loisirs à des méditations qui s'allient si bien avec des fonctions sacerdotales, et semblent les continuer; car, Dieu étant la source de toute vérité, on doit considérer les mathématiques non comme un art, non comme une science, mais comme une révélation permanente de l'intervention divine dans la structure et dans la vie des mondes.

Le lecteur aurait une idée incomplète de ce livre, si nous passions sous silence une qualité essentielle, *la perfection typographique*. La netteté du texte, la disposition bien ordonnée des calculs, la symétrie élégante des formules, charment l'œil, aident aux mouvements de l'esprit; c'est un nouveau service que la littérature mathématique doit à la maison Mallet-Bachelier. L'honorable M. Bachelier a malheureusement succombé: nous consacrerons quelques lignes à la mémoire de ce pourvoyeur de l'intelligence géométrique, qui pendant une longue carrière, aidé d'un Prote intelligent, M. Bailleul, d'habiles ouvriers, ayant toujours mis à ses produits le cachet du *beau*, est parvenu à élever une profession industrielle à la hauteur d'un art libéral.

Tm.