Concours d'admission à l'École polytechnique, en 1852

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 12 (1853), p. 226-232

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1853_1_12__226_1>

CONCOURS D'ADMISSION A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, EN 1852.

Épreuve graphique. — Questions proposées.

1. Un plan passant par la ligne de terre est donné; on mène un second plan qui divise en deux parties égales l'angle formé par le premier avec le plan horizontal, et, dans le second plan, on trace un cercle que l'on prend pour base d'un cylindre droit.

On demande les intersections de ce cylindre avec les deux plans de projection, ainsi que la tangente en un point quelconque de chaque intersection.

2. Dans le plan vertical, tracez un cercle dont le centre soit sur la ligne de terre; dans ce cercle, tracez un diamètre vertical, puis engendrez une sphère en faisant tourner ce cercle autour du diamètre.

Par l'extrémité inférieure du diamètre, inscrivez dans le cercle une corde égale au rayon; puis, par cette corde, concevez un plan perpendiculaire au plan vertical : l'intersection de ce plan avec la sphère sera un petit cercle que vous prendrez pour base d'un cône qui aura son sommet à l'extrémité supérieure du diamètre.

On propose de construire l'intersection de ce cône avec le plan horizontal, ainsi que la tangente en un point quelconque de cette intersection.

3. Trois droites indéfinies sont données, savoir : une droite α située dans le plan horizontal et perpendiculaire à la ligne de terre LL'; une deuxième droite β située dans le plan vertical et perpendiculaire aussi à LL'; enfin, une troisième droite γ parallèle à LL', mais qui n'est ni dans le plan horizontal, ni dans le plan vertical.

Imaginons qu'une surface soit engendrée par une droite mobile μ, qui glisse sur ces droites fixes.

On coupe cette surface par un plan vertical V, et l'on veut connaître l'intersection en vraie grandeur, dans un rabattement qui devra être fait sur le plan vertical.

4. Un cylindre est donné : il est droit, sa base est un cercle, et il est tangent aux deux plans de projection. Sur le plan horizontal un cercle est donné, lequel est tangent à la ligne de terre et égal à la base du cylindre.

Prenez un point quelconque dans le plan vertical, et supposez que ce point soit le sommet d'un cône engendré par une droite qui s'appuie sur le cercle : on demande l'intersection de ce cône avec le cylindre, et la tangente en un point quelconque de cette intersection.

Ces quatre questions sont celles qui ont été proposées aux candidats de Paris.

5. Construisez un cylindre droit à base circulaire, ayant pour axe la ligne de terre elle-même; sur l'arête placée en avant du plan vertical, au-dessus du plan horizontal, et à égale distance de ces deux plans, prenez un point quelconqne, puis, de ce point comme pôle, avec une ouverture de compas égale au demi-côté du carré inscrit dans la base du cylindre, concevez qu'une courbe ait été décrite sur ce cylindre.

Il s'agit de construire les projections de cette courbe et celles de la tangente en un point quelconque de la courbe.

6. *Données*. Un cylindre droit, vertical, d'un rayon de 2 centimètres, et dont l'axe est distant de 10 centimètres du plan vertical; deux droites D et d, inclinées sur chacun des plans de projection, et situées d'un même côté par rapport au cylindre. (Dans un autre programme, elles étaient situées de deux côtés différents.)

Il s'agit : 1° de construire le lieu de toutes les droites assujetties à toucher le cylindre et à s'appuyer à la fois sur les deux droites D et d; 2° de tracer la courbe, lieu des points où ces droites rencontrent le plan vertical. (Dans un troisième programme, cette seconde condition était remplacée par celle-ci : Limiter la surface à sa trace sur un cylindre ayant même axe que le cylindre donné, et pour base un cercle de 8 centimètres de rayon.)

Dans ces trois programmes, le nombre des positions de la droite mobile était réduit à dix, et l'on devait tenir compte, dans chaque projection, des parties cachées, soit par la surface elle-même, soit par les plans de projection, soit par le cylindre.

7. *Données*. Un cylindre droit, vertical, d'un rayon de 2 centimètres, et dont l'axe est distant de 10 centimè-

tres du plan vertical; une droite D, distante de 10 centimètres de l'axe du cylindre, inclinée de 45 degrés sur le plan horizontal, et rencontrant les plans de projection au-dessus et en deçà de la ligne de terre. (Dans un autre programme, le cylindre était perpendiculaire au plan vertical.)

Il s'agit : 1° de construire le lieu de toutes les droites assujetties à toucher le cylindre et à s'appuyer sur la droite D, en restant parallèles au plan horizontal; 2° de tracer la courbe lieu des points où ces droites rencontrent le plan vertical. (Dans un autre programme, on devait limiter la surface à un cylindre ayant même axe que le cylindre donné, et pour base un cercle de 8 centimètres de rayon.)

Il était prescrit de réduire à dix le nombre des génératrices, et de tenir compte des parties cachées.

8. *Données.* Un cône de révolution dont l'axe est vertical, dont le rayon de la base est de 8 centimètres, et dont la hauteur est de 16 centimètres; un cylindre ayant pour courbe directrice un cercle c d'un rayon de 3 centimètres, situé sur le plan de la base du cône, et dont le centre b est à 4 centimètres du centre a de cette base, et ayant pour axe une droite inclinée de 30 degrés sur le plan horizontal, et dont la projection horizontale n'est point parallèle à la droite des centres a et b.

Il s'agit de construire les projections de la courbe d'intersection du cône et du cylindre.

Dans un autre programme, le cylindre était remplacé par un cône ainsi déterminé : Sur la base du premier cône, un cercle c dont le centre b est à 4 centimètres du centre a de la base du cône, et dont le rayon est de 3 centimètres; un point S situé dans l'intérieur du cône de révolution, et ayant sa projection verticale en avant de la droite ab.

Et il s'agissait de construire l'intersection du cône de révolution par la nappe supérieure du cône ayant la circonférence de cercle *c* pour directrice et le point S pour sommet. (Recommandation relative aux parties cachées.)

9. *Données.* Deux cônes droits à base circulaire, dont les axes se rencontrent; l'axe de l'un est perpendiculaire au plan horizontal, et l'axe de l'autre est perpendiculaire au plan vertical.

Il s'agit : 1° de construire l'intersection des deux surfaces; 2° de tracer le développement du premier cône; 3° de construire la tangente en un point de la transformée.

10. *Données.* Un cône droit à base circulaire, dont l'axe est vertical; une sphère qui passe par le sommet de ce cône, et dont le centre est placé sur une génératrice.

Il s'agit : 1° de construire la courbe d'intersection des deux surfaces; 2° la tangente en un point de la courbe; 3° la transformée de cette courbe après le développement.

Nota. On prendra la génératrice du cône égale à trois fois le rayon de la base; on prendra ce même rayon pour celui de la sphère, et l'on placera le centre de la sphère sur la génératrice située le plus en avant par rapport au plan vertical.

On avait compris les épreuves des années précédentes, et l'on s'y était préparé.

Les questions, sans difficultés réelles au point de vue géométrique, à peu près de même difficulté au point de vue de leur mise en projection et de l'interprétation graphique du résultat, donnaient lieu à une quantité de travail suffisante pour montrer ce que chaque élève savait en ce genre.

L'année dernière, une sorte de confusion s'est manifestée : d'un côté, des intersections de surfaces dont les programmes étaient rédigés de la manière en quelque sorte reconnue ; de l'autre, des lieux géométriques qui, tout convenables qu'ils pouvaient être, étaient proposés en des termes qui ont dû causer de l'embarras aux élèves ; puis, des questions d'un ordre tout à fait inférieur, telles que la construction des traces d'un cylindre ou d'un cône, et des tangentes à ces traces elliptiques, et la section circulaire d'un cône oblique.

En présence de telles questions, un élève était évidemment dans l'impuissance de montrer qu'il savait représenter l'étendue figurée et lire dans l'espace, et même dessiner. Ajoutons : comment a-t-on pu juger et comparer les résultats d'épreuves subies dans des conditions si différentes ?

Nous avons vu des candidats de Paris qui, pour employer leurs quatre heures, se sont jetés dans la discussion des sections coniques ou dans des calculs analytiques ; d'autres qui, à propos de la seconde question, ont construit par points la courbe de section, c'est-à-dire, comme s'il ne leur était pas démontré que cette courbe fût une circonférence de cercle ; tandis que d'autres, ne croyant pas à un tel abaissement de l'épreuve, se sont évertués à y découvrir autre chose que ce qui y était ; quelques-uns, enfin, en faisant exister la sphère et en construisant les deux projections du cône, ont réussi à donner plus d'importance à leur travail.

Quant aux lieux géométriques, qui sont une source de bons exercices graphiques, il nous semble qu'on aurait dû ne pas limiter le nombre des positions de la droite mobile sur les directrices, et laisser, au contraire, les élèves libres d'étendre convenablement leur surface, mais en les avertissant qu'ils ne devaient tenir compte que d'une des nappes de cette surface. Il est nécessaire de construire des génératrices en assez grand nombre et assez rapprochées pour qu'il y ait une continuité suffisante dans les traces et dans les contours, traces et contours sans lesquels un lieu géométrique à trois dimensions n'existe pas, ou plutôt est illisible, en ce qu'il ne présente qu'un entassement de lignes où l'œil et la réflexion ne parviennent pas à distinguer les parties vues et les parties cachées.