BRIOSCHI

# Sur la question 267

*Nouvelles annales de mathématiques 1re série*, tome 12 (1853), p. 167-168

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1853_1_12__167_1>

## SUR LA QUESTION 267

(voir t. XI, p. 402);

PAR M. LE PROFESSEUR BRIOSCHI.

---

$A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$, M sont six points situés sur un ellipsoïde,

| | |
|---|---|
| $d_1 =$ dist. rectil. de $A_1$ à M, | $D_1 =$ demi-diam. parall. à $d_1$, |
| $d_2 =$ *id.* $A_2$ à M, | $D_2 =$ *id.* à $d_2$, |
| etc. | etc. |

$v_1 =$ volume du tétraèdre $A_2A_3A_4A_5$,

$v_2 =$ *id.* $A_1A_3A_4A_5$,

etc.

On a la relation analytique $\sum \pm \frac{d_r^2}{D_r^2} v_r = 0$.

Soient

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

l'équation de l'ellipsoïde; $\alpha, \beta, \gamma$ les coordonnées du point M; $x_r, y_r, z_r$ celles d'un quelconque des points

$A_1, A_2, \ldots$ la relation connue

$$\frac{d_r^2}{D_r^2} = \frac{(\alpha - x_r)^2}{a^2} + \frac{(\beta - y_r)^2}{b^2} + \frac{(\gamma - z_r)^2}{c^2}$$

nous donne

$$\frac{1}{2}\frac{d_r^2}{D_r^2} = 1 - \frac{\alpha x_r}{a^2} - \frac{\beta y_r}{b^2} - \frac{\gamma z_r}{c^2};$$

et, en posant $r = 1, 2, \ldots, 5$, on aura cinq équations analogues, entre les quatre inconnues $\frac{1}{2}\frac{d_r^2}{D_r^2}$, $\frac{\alpha}{a^2}$, $\frac{\beta}{b^2}$, $\frac{\gamma}{c^2}$, et par conséquent

$$\text{dét.}\left\{\begin{matrix} \frac{d_1^2}{D_1^2}, & 1, & x_1, & y_1, & z_1 \\ \frac{d_2^2}{D_2^2}, & 1, & x_2, & y_2, & z_2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \frac{d_5^2}{D_5^2}, & 1, & x_5, & y_5, & z_5 \end{matrix}\right\} = 0.$$

Or

$$\text{dét.}\left\{\begin{matrix} 1, & x_2, & y_2, & z_2 \\ 1, & x_3, & y_3, & z_3 \\ 1, & x_4, & y_4, & z_4 \\ 1, & x_5, & y_5, & z_5 \end{matrix}\right\} = v_1 \ldots;$$

donc, en développant le déterminant supérieur,

$$\sum \pm \frac{d_r^2}{D_r^2} v_r = 0.$$

Si l'ellipsoïde devient une sphère, on a

$$D_1 = D_2 \ldots, \quad \text{et} \quad \sum \pm d_r^2 v_r = 0;$$

cette dernière relation a lieu aussi lorsque le point M n'est pas sur la sphère.