Explication d'un paradoxe que présente la description organique des courbes

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 12 (1853), p. 107-108

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1853_1_12__107_1>

EXPLICATION D'UN PARADOXE QUE PRÉSENTE LA DESCRIPTION ORGANIQUE DES COURBES (*).

1. Si une droite est donnée de longueur et de direction, et si une extrémité décrit une droite donnée de position comme directrice, l'autre extrémité décrit une droite parallèle à la droite directrice.

2. Si une droite est donnée de longueur et de direction, et décrit par une de ses extrémités une ligne quelconque donnée de position, la tangente menée par la seconde extrémité à la ligne qu'elle décrit, est parallèle à la tangente menée par la première extrémité à la ligne directrice.

Il est évident qu'on obtient la seconde courbe en faisant mouvoir la première parallèlement à elle-même.

3. Une droite de longueur donnée décrivant par une de ses extrémités une ligne plane et faisant, avec cette ligne directrice et dans son plan, un angle constant; le parallélisme des tangentes, dont il est question au paragraphe précédent, n'existe plus, comme on est tenté de le croire à première vue; car, la droite mobile, dans une position infiniment voisine, ne reste pas parallèle à elle-même. Soient A et A′ deux points consécutifs sur la directrice, B et B′ deux points consécutifs correspondants sur la courbe décrite par l'autre extrémité; O étant le centre de courbure de l'arc AA′, il est évident que la normale en B

(*) Paradoxe remarqué par M. Mannheim, aujourd'hui lieutenant d'artillerie.

passe par le point O, c'est-à-dire que la tangente BB′ est perpendiculaire à la droite BO; les courbes décrites par les points de la droite AB ont en ces points des normales qui passent par le point O (Chasles), et toutes les tangentes en ces points enveloppent une parabole dont le foyer est en O et qui a pour sommet le pied de la perpendiculaire abaissée de O sur la droite AB.

Observation. Lorsque le point A est *multiple* ou d'inflexion, le point correspondant B est aussi multiple ou d'inflexion, et dans ce dernier cas, la tangente en B est parallèle à la tangente en A.

Lorsque l'angle constant est droit, le parallélisme des tangentes existe toujours, et le point O est alors centre de courbure pour les deux arcs AA′ et BB′.