

P. LECOINTE

**Démonstration élémentaire d'une propriété
de la projection stéréographique**

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 12
(1853), p. 101-102

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1853_1_12__101_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1853, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**DÉMONSTRATION ÉLÉMENTAIRE D'UNE PROPRIÉTÉ DE LA
PROJECTION STÉRÉOGRAPHIQUE;**

PAR LE P. LECOINTE S.-J.,

Professeur au Collège Saint-Michel, à Saint-Étienne.

Dans le tome VII, page 272, du *Journal de Mathématiques* de M. Liouville, M. Chasles a donné une démonstration de la propriété de la projection stéréographique, qui consiste en ce que *le centre de la projection d'un cercle est la projection du sommet du cône circonscrit à*

(*) Dans plusieurs Traités estimables de Géométrie, on rencontre le mot *face* pris dans le sens d'*angle*, mais à tort; Euclide a raison, et avec lui Legendre et Lacroix.

la sphère suivant ce cercle, propriété qui revient au théorème suivant de Géométrie :

Un cercle quelconque étant tangent à une droite AB au point C, si TN, TN' sont deux tangentes menées d'un même point T à ce cercle, N et N' leurs points de contact respectifs, XX' le diamètre du cercle parallèle à AB, n, n', t les points de rencontre des droites NC, N'C, TC avec XX', on a

$$tn = tn'.$$

La démonstration du célèbre géomètre, quoique simple, peut encore recevoir une simplification, en ce qu'il n'est nullement nécessaire de recourir à la Trigonométrie, ainsi que nous allons le voir.

Soit I le second point de rencontre de TC avec la circonférence du cercle, et menons les cordes NI, N'I.

Les deux triangles NTI, NTC étant semblables, ainsi que les deux triangles N'TI, N'TC, on a

$$\frac{NI}{NC} = \frac{NT}{TC}, \quad \frac{N'I}{N'C} = \frac{N'T}{TC} = \frac{NT}{TC};$$

d'où

$$(1) \quad \frac{NI}{NC} = \frac{N'I}{N'C}.$$

Maintenant, les deux arcs CX, CX' étant égaux comme interceptés entre parallèles, les deux triangles nIC, NCI sont semblables, ainsi que les deux triangles n'I C, N'CI, et l'on a, par conséquent,

$$\frac{nt}{tC} = \frac{NI}{NC}, \quad \frac{n't}{tC} = \frac{N'I}{N'C};$$

d'où, en vertu de l'égalité (1),

$$nt = n't \quad (*). \quad \text{C. Q. F. D.}$$

(*) Voir CATALAN, *Théorèmes et problèmes de Géométrie*, page 301