

J. DOSTOR

Note sur l'intégration de la différentielle

$$d\lambda = \frac{-d\ell(C-D\cos\ell)}{\sin\ell\sqrt{1-C^2+2CD\cos\ell-(1+D^2)\cos^2\ell}} \text{ du § 723,}$$

**page 292 de l'ouvrage d'Euler : Theoria
motus corporum solidorum seurigidorum**

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 11
(1852), p. 45-46

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1852_1_11__45_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1852, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

NOTE SUR L'INTÉGRATION DE LA DIFFÉRENTIELLE

$$d\lambda = \frac{-dl(C - D \cos l)}{\sin l \sqrt{1 - C^2 + 2CD \cos l - (1 + D^2) \cos^2 l}}$$

du §. 723, page 292 de l'ouvrage d'Euler : *Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum*;

PAR M. J.-DOSTOR,

Docteur ès sciences mathématiques.

Pour intégrer cette différentielle, nous ferons remarquer que l'expression sous le radical revient à

$$1 - C^2(\sin^2 l + \cos^2 l) + 2CD \cos l - (1 + D^2)(1 - \sin^2 l),$$

qui peut s'écrire

$$\sin^2 l (1 - C^2 + D^2) - (D - C \cos l)^2;$$

de sorte que

$$\begin{aligned} d\lambda &= \frac{-dl(C - D \cos l)}{\sin l \sqrt{\sin^2 l (1 - C^2 + D^2) - (D - C \cos l)^2}} \\ &= \frac{-dl(C - D \cos l)}{\sin^2 l \cdot H} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(D - C \cos l)^2}{\sin^2 l \cdot H^2}}}, \end{aligned}$$

où

$$H = \sqrt{1 - C^2 + D^2}.$$

Posons

$$x = \frac{D - C \cos l}{\sin l \cdot H};$$

d'où l'on tire

$$dx = \frac{C \sin^2 l dl - (D - C \cos l) \cos l dl}{\sin^2 l \cdot H} = \frac{(C - D \cos l) dl}{\sin^2 l \cdot H},$$

et nous aurons

$$d\lambda = \frac{-dx}{\sqrt{1 - x^2}};$$

d'où

$$\lambda = E + \arccos(x) = E + \arccos\left(\cos = \frac{C - D \cos l}{\sin l \cdot \sqrt{1 - C^2 + D^2}}\right).$$

Cette intégrale est différente de

$$\lambda = E + \arcsin\left(\sin = \frac{-D + C \cos l}{\sin l}\right),$$

donnée par Euler, que M. le Dr J.-P. Wolfers, de Berlin, a déjà rectifiée (*Archiv. der Mathematik*, 1850, p. 111), et à laquelle il a substitué la suivante :

$$\lambda = E + \arctan\left[\tan = \frac{\sqrt{1 - C^2 + 2CD \cos l - (1 + D^2) \cos^2 l}}{D - C \cos l}\right],$$

qu'il a obtenue par une méthode plus laborieuse que celle que nous venons de suivre.