

Exercice de calcul (Lamé, leçons sur l'élasticité des corps, pages 44, 48, 59)

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 11 (1852), p. 448

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1852_1_11__448_0>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1852, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

EXERCICE DE CALCUL.

(LAME, Leçons sur l'Élasticité des corps, pages 44, 48, 59)

Soient les douze équations

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1,$$

$$y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 = 1,$$

$$z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = 1,$$

$$x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 = 0,$$

$$x_1 z_1 + x_2 z_2 + x_3 z_3 = 0,$$

$$y_1 z_1 + y_2 z_2 + y_3 z_3 = 0,$$

$$P_1 = ax_1^2 + by_1^2 + cz_1^2 + 2dy_1z_1 + 2ex_1z_1 + 2fx_1y_1,$$

$$P_2 = ax_2^2 + by_2^2 + cz_2^2 + 2dy_2z_2 + 2ex_2z_2 + 2fx_2y_2,$$

$$P_3 = ax_3^2 + by_3^2 + cz_3^2 + 2dy_3z_3 + 2ex_3z_3 + 2fx_3y_3,$$

$$Q_1 = ax_2x_3 + by_2y_3 + cz_2z_3 + d(y_2z_3 + z_2y_3) \\ + e(x_2z_3 + z_2x_3) + f(x_2y_3 + y_2x_3),$$

$$Q_2 = ax_1x_3 + by_1y_3 + cz_1z_3 + d(z_1y_3 + y_1z_3) \\ + e(x_1z_3 + z_1x_3) + f(y_1x_3 + x_1y_3),$$

$$Q_3 = ax_1x_2 + by_1y_2 + cz_1z_2 + d(y_1z_2 + z_1y_2) \\ + e(x_1z_2 + z_1x_2) + f(x_1y_2 + y_1x_2);$$

éliminant les x, y, z , on obtient les relations

$$P_1 + P_2 + P_3 = a + b + c,$$

$$P_1P_2 + P_2P_3 + P_3P_1 - Q_1^2 - Q_2^2 - Q_3^2 \\ = ab + bc + ac - d^2 - e^2 - f^2,$$

$$P_1P_2P_3 + 2Q_1Q_2Q_3 - P_1Q_1^2 - P_2Q_2^2 - P_3Q_3^2 \\ = abc + 2def - ad^2 - be^2 - cf^2.$$