

GEORGES RITT

Théorèmes sur la développée de l'ellipse

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 11
(1852), p. 412-413

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1852_1_11__412_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1852, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

THÉORÈMES SUR LA DÉVELOPPÉE DE L'ELLIPSE;

PAR M. GEORGES RITT.

Soient

$a^2 y^2 + b^2 x^2 = a^2 b^2$ l'équation d'une ellipse, axes rectangulaires;

DOD' l'axe de la développée, de même direction que l'axe a ;

EOE' l'axe de la développée, de même direction que l'axe b .

1. La surface totale renfermée dans la développée de l'ellipse est égale aux $\frac{3}{8}$ d'un cercle dont le rayon est une moyenne proportionnelle entre les demi-axes OD, OE de la développée.

2. x_1, y_1 désignant les coordonnées du centre de gravité de la branche DE, on a

$$x_1 = \frac{3}{16} \frac{\pi}{2} \frac{a^5}{c(a^3 - b^3)},$$
$$y_1 = \frac{3}{16} [5\sqrt{2} + \log(1 + \sqrt{2})] \frac{b^5}{c(a^3 - b^3)}.$$

3. x_2, y_2 étant les coordonnées du centre de gravité de la portion de surface DOE, comprise entre les axes et la branche DE,

$$x_2 = \frac{8.6.4.2}{7.5.3.1} \frac{\left(\frac{c^2}{a}\right)}{\frac{\pi}{2}},$$

$$y_2 = \frac{8.6.4.2}{7.5.3.1} \frac{\left(\frac{c^2}{b}\right)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)};$$

et le centre de gravité se trouve sur le rayon vecteur issu du centre parallèlement à la corde ED', qui est perpendiculaire à BA.

4. La surface du solide engendré par la révolution de DOE autour de l'axe OE est exprimée par

$$S_1 = \frac{3}{16} \pi^2 \frac{a^4}{bc};$$

et, autour de l'axe OD,

$$S_2 = \frac{3}{16} 2\pi \frac{b^4}{ac} [5\sqrt{2} + \log(1 + \sqrt{2})].$$

Quant aux volumes, on a

$$v_1 = \frac{4.2.1}{7.5.3} 2\pi \frac{c^6}{a^2 b},$$

$$v_2 = \frac{4.2.1}{7.5.3} 2\pi \frac{c^6}{ab^2};$$

de sorte que

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{b}{a}.$$
