

Résolution d'une classe d'équations du premier degré à coefficients trigonométriques ; d'après M. Crelle

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 11
(1852), p. 383-384

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1852_1_11__383_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1852, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

RÉSOLUTION D'UNE CLASSE D'EQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ A COEFFICIENTS TRIGONOMETRIQUES ;

D'APRÈS M. CRELLE.

(Journal de M. Crelle, t. XLIII, p. 37; 1852.)

1. *Lemme.* Si $m\varphi = \pi$, on a

$$(1) \quad \sum_1^{m-1} \sin p\varepsilon\varphi \sin p\mu\varphi = 0,$$

$$(2) \quad \sum_1^{m-1} \sin^2 p\mu\varphi = \frac{1}{2} m;$$

ε et μ sont des nombres entiers, et les indices sont relatifs à p .

Démonstration. Voir LECOINTE, tome III, page 526; dans l'endroit cité, lorsque $\theta = \varphi$ l'expression de la somme se réduit à $\frac{0}{0}$; on en trouve la valeur par la méthode connue et l'on parvient ainsi à l'équation (2).

(*) *Philosophie de la Technique* (2^e sect., p. 110). Il y a peut-être encore d'autres beaux théorèmes. On rendrait service en les traduisant en langage vulgaire, et débarrassés de ces formes insolites, de ces locutions figurées, métaphysiques, mystiques, capables d'enténébrer la plus lucide des sciences.

2. Soient les $m-1$ équations

[illegible]

où $y_1, y_2, \dots, y_{m-1}$ sont $m-1$ inconnues; $s_1, s_2, \dots, s_{m-1}$ sont $m-1$ quantités connues, ainsi que m ; et $m\varphi = \pi$.

Multiplions la première équation par $\sin \mu \varphi$, la deuxième équation par $\sin 2\mu \varphi$, etc., et la dernière équation par $\sin (m-1)\mu \varphi$; μ est un nombre quelconque compris entre 0 et m .

Les séries qui multiplient $y_1, y_2, \dots, y_{\mu-1}, y_{\mu+1}, \dots, y_{m-1}$ sont nulles en vertu de l'équation (1), et la série qui multiplie y_μ se réduit à $\frac{1}{2}m$, d'après l'équation (2); donc

$$my_\mu = 2[s_1 \sin \mu\varphi + s_2 \sin 2\mu\varphi + \dots + s_{m-1} \sin (m-1)\mu\varphi];$$

faisant successivement μ égal à 1, 2, 3, ..., $m-1$, on obtient les valeurs des $m-1$ inconnues.

Observation. Ces équations sont celles que Lagrange résout dans sa *Théorie du son* (Mémoires de l'Académie de Turin, tome I; 1769); il parvient au même résultat par une voie plus longue. Du reste, les équations (1) et (2) sont aussi dues à Lagrange.