

Exercice numérique sur les équations du premier degré ; logarithmes de Gauss

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 10 (1851), p. 359-361

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1851_1_10__359_0>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1851, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

**EXERCICE NUMÉRIQUE SUR LES ÉQUATIONS DU PREMIER
DEGRÉ; LOGARITHMES DE GAUSS.**

Soient les quatre équations:

$$\begin{aligned} 124944,66 &= 0,0382025\alpha - 0,00655533\beta - 0,0718334\gamma + 0,0565703\delta, \\ 152292,21 &= 0,0465752\alpha - 0,00407850\beta - 0,0915866\gamma + 0,0362259\delta, \\ 168846,94 &= 0,0517211\alpha + 0,00054720\beta - 0,1032346\gamma - 0,0049063\delta, \\ 105498,00 &= 0,0323338\alpha + 0,00305495\beta - 0,0634685\gamma - 0,0271300\delta; \end{aligned}$$

d'où

$$\begin{aligned} 3270589 &= \alpha - 0,171594\beta - 1,880334\gamma + 1,480800\delta, \\ 3269812 &= \alpha - 0,087568\beta - 1,966467\gamma + 0,777743\delta, \\ 3264566 &= \alpha + 0,010580\beta - 1,995987\gamma - 0,094861\delta, \\ 3262771 &= \alpha + 0,094481\beta - 1,962910\gamma - 0,839084\delta; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 777 &= -0,084026\beta + 0,086133\gamma + 0,703007\delta, \\ 6023 &= -0,182174\beta + 0,115653\gamma + 1,575661\delta, \\ 78018 &= -0,266075\beta + 0,082576\gamma + 2,319884\delta; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9247,1 &= -\beta + 1,022717\gamma + 8,36654\delta, \\ 33061,8 &= -\beta + 0,634849\gamma + 8,64924\delta, \\ 29382,7 &= -\beta + 0,310349\gamma + 8,71905\delta; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 23814,7 &= -0,387868\gamma + 0,28270\delta, \\ 3679,1 &= +0,324501\gamma - 0,06984\delta; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 61399 &= -\gamma + 0,728856\delta, \\ 11338 &= +\gamma - 0,215131\delta; \end{aligned}$$

$$72737 = +0,513725\delta;$$

$$\delta = 141587,4, \gamma = 41798, \beta = 1218098, \alpha = 3348538.$$

(Extrait de l'ouvrage : *Base du système métrique
décimal, etc.*; tome III, page 93. 1810.)

C'est surtout ce genre de calcul que les logarithmes de Gauss abrègent considérablement.

Prenons pour exemple les deux équations

$$ax + by = c,$$

$$a'x + b'y = c';$$

on en tire successivement

$$x + \frac{b}{a}y = \frac{c}{a},$$

$$x + \frac{b'}{a'}y = \frac{c'}{a'},$$

$$y \left(\frac{b}{a} - \frac{b'}{a'} \right) = \frac{c}{a} - \frac{c'}{a'},$$

$$y = \frac{\frac{c}{a} - \frac{c'}{a'}}{\frac{b}{a} - \frac{b'}{a'}}.$$

Employant les logarithmes, il faut chercher les six logarithmes $\log a$, $\log b$, $\log c$, $\log a'$, $\log b'$, $\log c'$; de là on déduit

$$\log \frac{b}{a}, \quad \log \frac{c}{a}, \quad \log \frac{b'}{a'}, \quad \log \frac{c'}{a'},$$

ensuite revenir de ces quatre logarithmes aux nombres; substituer ces nombres dans la valeur de y , et prendre de nouveau le logarithme du numérateur et celui du dénominateur: c'est la marche ordinaire; tandis que par les Tables de Gauss, il n'est pas nécessaire de revenir des logarithmes aux nombres, et de connaître les valeurs effectives de $\frac{c}{a}$ et de $\frac{c'}{a'}$, car, comme on connaît leurs logarithmes,

ces Tables donnent le logarithme de la différence $\frac{c}{a} - \frac{c'}{a'}$, et de même le logarithme de $\frac{b}{a} - \frac{b'}{a'}$. Voici le procédé gé-

néral : prenons trois équations à trois inconnues ; on remplace chaque coefficient par son logarithme, et l'on écrit ces équations de cette manière :

$$\begin{aligned}x \log a + y \log b + z \log c &= \log d, \\x \log a' + y \log b' + z \log c' &= \log d', \\x \log a'' + y \log b'' + z \log c'' &= \log d''.\end{aligned}$$

Il est presque inutile d'avertir que ces équations et les suivantes n'existent pas entre les logarithmes, mais entre les nombres correspondants.

De là, on tire

$$\begin{aligned}x + y \log B + z \log C &= \log D, \\x + y \log B' + z \log C' &= \log D', \\x + y \log B'' + z \log C'' &= \log D'',\end{aligned}$$

où

$$\log B = \log b - \log a, \quad \log C = \log c - \log a, \dots;$$

et ensuite, par soustraction,

$$\begin{aligned}y \log \beta + z \log \gamma &= \log \delta, \\y \log \beta' + z \log \gamma' &= \log \delta',\end{aligned}$$

où

$$\log \beta = \log (B - B'), \quad \log \gamma = \log (C - C'), \dots,$$

et l'on trouve $\log \beta$, $\log \gamma$, etc., par les Tables de Gauss ; n'ayant plus que deux équations à deux inconnues, on continue à opérer comme ci-dessus. Toute l'opération se réduit donc à prendre les logarithmes des coefficients et à faire ensuite un certain nombre de soustractions.

Cette méthode serait particulièrement utile aux élèves (*) assujettis à chercher *quarante* logarithmes et autant de *nombres correspondants*; et à calculer *vingt* logarithmes.

(*) Matière taillable et corveable à merci