

JULLIEN

Solution des questions 230 et 231

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 10
(1851), p. 316-317

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1851_1_10__316_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1851, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DES QUESTIONS 230 ET 231

(voir t. X, p. 181 et 182),

PAR M. l'ABBÉ JULLIEN,

Du séminaire de Vals.

Question 230. Deux polygones quelconques de $2n$ côtés sont équivalents quand leurs côtés ont les mêmes milieux.

(PROUHET.)

Solution. Soient P et P' deux polygones de $2n$ côtés dont les côtés ont les mêmes milieux. Joignons par des droites les sommets de P aux sommets correspondants de P' ; ces droites sont égales et parallèles, car elles forment avec les demi-côtés des polygones $4n$ triangles, ayant deux à deux un angle opposé au sommet compris entre côtés égaux. Prolongeons ces lignes de jonction jusqu'à la rencontre d'une droite A menée arbitrairement dans le plan; la droite A , les lignes de jonction et les côtés des polygones forment des trapèzes, et chaque trapèze terminé au polygone P est équivalent au trapèze terminé au côté correspondant du polygone P' .

Les surfaces de P et de P' s'exprimant par celles des trapèzes correspondants, il en résulte que les polygones sont équivalents.

Question 231. La surface d'un polygone de $2n$ côtés ne change pas lorsque tous les sommets de rang pair ou tous les sommets de rang impair décrivent (dans la même direction) des droites égales et parallèles.

(PROUHET.)

Solution. Soit d la longueur des droites parcourues par les sommets de rang pair, ou par ceux de rang impair.

Dans le mouvement des sommets, les milieux des côtés ont avancé de $\frac{d}{2}$ dans la même direction. Conservant au polygone sa seconde forme, nous pouvons, par un mouvement de direction contraire, ramener les milieux des côtés en leurs premières positions; dès lors l'équivalence des polygones est établie (*question 230*).

Remarque. On reconnaît très-facilement les deux propriétés précédentes en considérant la formule qui donne l'aire du polygone en fonction des coordonnées des sommets (*voir* tome IX, page 65).