

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 10
(1851), p. 181-183

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1851_1_10__181_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1851, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

QUESTIONS.

230. Deux polygones quelconques de $2n$ côtés sont équivalents quand leurs côtés ont les mêmes milieux.

(PROUHET.)

231. La surface d'un polygone de $2n$ côtés ne change pas lorsque tous les sommets de rang pair ou tous les sommets de rang impair décrivent des droites égales et parallèles. (PROUHET.)

232. P_1 étant l'aire d'un polygone convexe de n côtés; P_2 l'aire d'un polygone ayant pour sommets les milieux des côtés du premier polygone; P_3 l'aire d'un polygone ayant pour sommets les milieux des côtés du second polygone, et ainsi de suite; on a

$$P_1 - \frac{n^2 - 2^2}{2 \cdot 3} P_2 + \frac{(n^2 - 2^2)(n^2 - 4^2)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} P_3 - \frac{(n^2 - 2^2)(n^2 - 4^2)(n^2 - 6^2)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} P_4 \dots$$

$$(-1)^{\frac{n}{2} + 1} \frac{n^2 - 2^2 \cdot n^2 - 4^2 \dots [n^2 - (n-2)^2]}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n-1} P_{\frac{n}{2}} = 0, \quad n \text{ pair;}$$

$$P_1 - \frac{n^2 - 1^2}{1 \cdot 2} P_2 + \frac{(n^2 - 1^2)(n^2 - 3^2)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} P_3 \dots$$

$$(-1)^{\frac{n-1}{2}} \frac{(n^2 - 1^2)(n^2 - 3^2) \dots [n^2 - (n-2)^2]}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-1)} P_{\frac{n-1}{2}} = 0, \quad n \text{ impair.}$$

(PROUHET.)

233. T étant l'aire d'un triangle rectiligne; r et R les rayons des cercles inscrit et circonscrit; a, b, c , les trois côtés: ceux-ci sont racines de l'équation

$$z^3 - \frac{2T}{r} z^2 + \left(\frac{T^2}{r^2} + 4Rr + r^2 \right) z - 4RT = 0.$$

Les quantités $a + b - c$, $a + c - b$, $b + c - a$, sont racines de l'équation

$$u^3 - \frac{2T}{r} u^2 + 4r(4R + r)u - 8rT = 0.$$

Si l'on applique à ces équations le théorème de Sturm, il faut, pour la réalité des racines, que l'on ait: $1^\circ R \geq 2r$;

2^o que T ne tombe pas hors des limites

$$r[2R^2 + 10Rr - r^2 \pm 2\sqrt{R(R-2r)^2}].$$

Lorsque $R > 2r$ et que T est égal à une de ces limites, le triangle est isocèle; si $R = 2r$, les deux limites se confondent, T devient égal à cette limite, et le triangle est équilatéral. (C. RAMUS, de l'Univ. de Copenhague.)

234. Soit l'équation

$$(x - a_1)(x - a_3)(x - a_5) \dots (x - a_{2n-1}) \\ + b^m(x - a_2)(x - a_4) \dots (x - a_{2n}) = 0;$$

b est un nombre positif; m un nombre entier positif; les $2n-1$ différence $a_1 - a_2, a_2 - a_3, a_3 - a_4, \dots, a_{2n-1} - a_{2n}$ sont positives; les n racines de l'équation sont réelles et comprises entre a_1 et a_2, a_3 et $a_4, \dots, a_{2n-1}$ et a_{2n} .

(RICHELOT.)

235. Résoudre en nombres rationnels l'équation $x^y = y^x$.

(GOLDBACH.)

236. Si $x^2 + 2ay^2$ est un carré, $x^2 + ay^2$ est la somme de deux carrés.

237. Soit

$$S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n}; \quad n_q = \frac{n!}{(n-q)!};$$

où $n!$ désigne le produit $1.2.3 \dots n$. On a

$$S_n - n_1 S_{n-1} + n_2 S_{n-2} - \dots + (-1)^{n-1} n_{n-1} S_1 = \frac{(-1)^{n-1}}{n}.$$

(ARNDT.)