NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

J. TILLOL

Sur les aires des triangles rectilignes ou sphériques

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 9 (1850), p. 406-407

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1850_1_9__406_1>

SUR LES AIRES DES TRIANGLES RECTILIGNES OU SPHÉRIQUES

(voir t. IX, p. 278);

PAR M. J. TILLOL,
Professeur à Castres.

Déduire de la relation

$$\sin^2 p \,.\, \operatorname{tang}\frac{A}{2} \cdot \operatorname{tang}\frac{B}{2} \cdot \operatorname{tang}\frac{C}{2} = 2 \sin\frac{S}{2} \cdot \cos\frac{a}{2} \cdot \cos\frac{b}{2} \cdot \cos\frac{c}{2},$$

la formule connue

$$S = p^2 \,.\, \operatorname{tang}\frac{A}{2} \cdot \operatorname{tang}\frac{B}{2} \cdot \operatorname{tang}\frac{C}{2}.$$

Substituant, en place de $\sin p$, $\cos\frac{a}{2}$, $\cos\frac{b}{2}$, $\cos\frac{c}{2}$, leur développement en série, et, en place de $\sin\frac{S}{2}$, son développement dans lequel S est remplacé par $\frac{S}{R^2}$, multipliant le tout par R^2 et posant $R = \infty$, on arrive à la relation demandée.

Et plus simplement, lorsque le triangle sphérique devient infiniment petit, il se réduit à un triangle rectiligne. Dans ce cas, $\sin p = p$, $\sin\frac{S}{2} = \frac{S}{2}$, $\cos\frac{a}{2}$, $\cos\frac{b}{2}$, $\cos\frac{c}{2}$ se réduisent à l'unité. Ces diverses substitutions conduisent au résultat demandé.