

ABEL TRANSON

Note sur le problème du billard circulaire

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 9
(1850), p. 340-342

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1850_1_9__340_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1850, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

NOTE SUR LE PROBLÈME DU BILLARD CIRCULAIRE;

PAR M. ABEL TRANSON.

Une bille étant placée sur le plan d'un cercle, dans quelle direction faut-il la lancer pour qu'après deux réflexions sur la circonférence, elle revienne au point de départ ?

Ce problème a été résolu géométriquement par Léon Anne dans le premier volume des *Nouvelles Annales*, page 36, mais pour le cas seulement où le point de départ est dans l'intérieur du cercle. En traitant la question plus généralement, on rencontre quelques circonstances qui méritent d'être notées.

Je prends pour inconnue la perpendiculaire abaissée du centre sur la direction que la bille devra suivre. On obtient alors l'équation

$$x \left(x + \frac{r^2}{2a} \right) = \frac{r^2}{2},$$

où r est le rayon du cercle, et a la distance du point de départ au centre. Ainsi on aura à construire un rectangle dont la surface est $\frac{r^2}{2}$, et dont les côtés ont entre eux la différence de longueur exprimée par $\frac{r^2}{2a}$.

Ces deux côtés représentent les racines toujours réelles de l'équation précédente. Mais si a est plus petit que r , c'est-à-dire si le point donné est dans l'intérieur du cercle, l'un des deux côtés du rectangle est toujours moindre que a , et l'autre toujours plus grand. De sorte que, d'après la signification même de l'inconnue, la question propo-

sée ne peut être résolue que d'une seule façon. Au contraire, si le point donné est extérieur, c'est-à-dire si a est plus grand que r , alors les deux valeurs de x sont moindres que r , et, par conséquent, il y a deux solutions bien distinctes; ce dont on se rendra compte aisément par la considération de la figure. Mais alors il faut considérer le point donné, appelé *point de départ*, comme un point placé sur la direction de la bille, et devant encore s'y trouver après deux réflexions successives. Cependant, en supposant ouverte la bande du billard circulaire, on pourrait réaliser l'une au moins de ces deux solutions dans le sens précis de l'énoncé du problème.

Appelons C le centre du cercle, A le point de départ de la bille situé à l'extérieur du cercle, et B le point de la circonférence entre A et C sur la ligne qui joint ces deux points.

Si le rayon CB se trouve être *le plus grand segment* de la distance CA partagée en moyenne et extrême raison, et si, du point A comme centre avec CB pour rayon, on décrit une circonférence qui coupe la circonférence donnée au point D; la bille, lancée dans l'intérieur du cercle sous la direction AD, y décrira, par ses réflexions successives, un *decagone convexe* dont deux côtés seront dirigés vers le point A.

Si le rayon CB se trouve être *le plus petit segment* de la distance CA partagée en moyenne et extrême raison, et si, du point A comme centre, et pour rayon le côté du pentagone étoilé inscrit à la circonférence donnée, on décrit une circonférence qui coupe la circonférence donnée au point D; la bille lancée dans la direction AD parcourra dans le cercle un *pentagone convexe* dont deux côtés seront dirigés vers A.

Ces deux propriétés sont analogues à celles qui ont été démontrées dans l'article ci-dessus cité, relativement à

(342)

deux situations particulières du point A *dans l'intérieur*
du cercle.