

C.-E. PAGE

**Programme d'un cours de mécanique
élémentaire, fin du deuxième article**

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 9
(1850), p. 243-246

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1850_1_9_243_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1850, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

PROGRAMME D'UN COURS DE MÉCANIQUE ÉLÉMENTAIRE.

FIN DU DEUXIÈME ARTICLE (voir page 169 de ce volume),

PAR M. C.-E. PAGE.

Prenons d'abord pour exemple un système entièrement libre. Nous avons vu que tous les mouvements possibles d'un pareil système se réduisent à un mouvement de translation suivant une direction quelconque, et à un mouvement de rotation autour d'un axe quelconque.

Commençons par supposer un mouvement de translation suivant une direction quelconque. Les vitesses virtuelles de tous les points d'application sont représentées par des droites parallèles et égales entre elles : en égalant à zéro la somme des produits de toutes ces vitesses virtuelles par les projections des forces sur leur direction, on a un facteur commun à tous les termes ; en le supprimant, il reste la somme des projections des forces égale à zéro.

Pour les forces appliquées à un système entièrement libre, on a donc cette première condition d'équilibre : il faut que la somme des projections des forces sur une direction quelconque soit nulle.

Pour que la somme des projections sur une direction quelconque soit nulle, il faut que les sommes des projections sur trois axes rectangulaires fixes soient nulles séparément ; cette première condition se trouve donc exprimée au moyen de trois équations.

Maintenant, supposons un mouvement de rotation autour d'un axe quelconque. La vitesse virtuelle d'un point d'application est égale au produit de la vitesse angulaire par le rayon de ce point, et le travail élémentaire virtuel

de la force correspondante est égal au produit de cette vitesse virtuelle par la projection de la force sur une droite perpendiculaire à la fois au rayon et à l'axe : en égalant à zéro la somme des travaux élémentaires virtuels, on voit que la vitesse angulaire entre comme facteur commun à tous les termes ; en supprimant ce facteur, il reste la somme des produits qu'on obtient en multipliant le rayon de chaque point par la projection de la force correspondante sur une droite perpendiculaire au rayon et à l'axe. Ce produit est égal au produit de la projection de la force sur un plan perpendiculaire à l'axe par la plus courte distance de la force à l'axe. C'est ce dernier produit qu'on appelle *moment de la force* par rapport à l'axe.

On a donc cette seconde condition d'équilibre : il faut que *la somme des moments des forces* par rapport à un axe quelconque soit nulle.

Nous avons vu que la vitesse angulaire, autour d'un axe quelconque, peut toujours se décomposer en trois vitesses angulaires autour de trois axes rectangulaires fixes ; il est facile d'en conclure : pour que la somme des moments des forces par rapport à un axe quelconque soit nulle, il faut que les sommes des moments des forces par rapport à trois axes rectangulaires fixes soient nulles séparément ; ce qui donne encore trois équations.

Pour l'équilibre des forces appliquées à un système entièrement libre, nous avons donc deux conditions générales qui s'expriment chacune au moyen de trois équations.

Le nombre des équations diminue lorsque les forces sont assujetties à quelques conditions données. Ainsi, par exemple, si les forces sont situées dans un même plan, il suffit, pour l'équilibre, que la somme des projections des forces sur une droite quelconque située dans ce plan

soit nulle, et que la somme des moments des forces par rapport à un axe quelconque perpendiculaire au plan soit nulle; ce qui donne en tout trois équations seulement.

Si les forces sont parallèles entre elles, il suffit, pour l'équilibre, que la somme de ces forces soit nulle, et que la somme de leurs moments par rapport à un axe quelconque perpendiculaire à leur direction soit également nulle; ce qui fournit encore trois équations seulement.

Des conditions d'équilibre des forces parallèles, il est facile de déduire la théorie du centre des forces parallèles, et, par suite, la théorie du centre de gravité, qui est le même que le centre des moyennes distances.

Lorsque le système auquel les forces sont appliquées est gêné dans ses mouvements, les conditions d'équilibre sont restreintes aux seuls mouvements possibles; ce qui diminue le nombre des équations.

Ainsi, par exemple, si un corps est assujéti à n'avoir qu'un mouvement de translation, suivant une seule direction, les vitesses virtuelles de tous les points d'application sont égales entre elles et parallèles à cette direction; d'où l'on conclut que pour l'équilibre il suffit que la somme des projections des forces sur cette direction soit nulle.

Si un corps est assujéti à tourner autour d'un axe fixe, il suffit que la somme des moments des forces par rapport à cet axe soit nulle, etc.

Nous avons déjà vu que les machines sont des corps ou des assemblages de corps gênés dans leurs mouvements. Pour trouver les conditions d'équilibre des forces qui leur sont appliquées, il suffit de déterminer les vitesses virtuelles des points d'application, et d'égaliser à zéro la somme des travaux élémentaires virtuels.

En général, dans une machine, il n'y a qu'un seul

mouvement possible, et les forces sont ordinairement dirigées dans le sens même des vitesses virtuelles de leurs points d'application. Dans ce cas, si une machine n'est sollicitée que par deux forces qui tendent à la faire mouvoir en sens contraires, pour qu'il y ait équilibre, il faut que ces forces soient en raison inverse des vitesses virtuelles de leurs points d'application.