TERQUEM

Solution géométrique de la question précédente

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 9 (1850), p. 211-212

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1850_1_9__211_1>

SOLUTION GÉOMÉTRIQUE DE LA QUESTION PRÉCÉDENTE.

1. *Lemme*. Étant donné un nombre quelconque de cercles dans un même plan, le lieu géométrique du point dont la somme des carrés des tangentes à ces cercles, issues de ce point, est constante, est le même que le lieu du point dont la somme des carrés des distances aux centres de ces cercles est constante; donc ce lieu est une circonférence ayant pour centre le point de moyenne distance des centres des cercles.

2. D'un point P, concevons qu'on ait mené les $n\,(n-1)$ tangentes à une ligne de degré n, et qu'on ait décrit les

14.

n (n — 1) cercles de courbure aux points de contact. Par hypothèse, la somme des carrés des tangentes aux cercles est constante; donc, d'après le lemme, le point P est sur une circonférence C, ayant pour centre le point de moyenne distance des centres de courbure. Mais chaque cercle de courbure a deux tangentes infiniment voisines, en commun avec la courbe donnée; donc le cercle C touche le lieu du point P en P. C. Q. F. D.

Note. Lorsque la quantité constante est infinie, le lieu du point P est une circonférence située à l'infini, et qui a pour centre le point de moyenne distance des centres de courbure; donc ce point est fixe. C'est le théorème de M. Duhamel (*voir* tome IV, page 180). En suivant une marche inverse à celle qui est indiquée à l'endroit cité, on revient au théorème de M. Chasles sur les tangentes parallèles.