

C. FOUCAUT

Principe fondamental de la trigonométrie sphérique

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 8
(1849), p. 58

[<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1849_1_8_58_0>](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1849_1_8_58_0)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1849, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA TRIGONOMÉTRIE SPHERIQUE;

C. IV

PAR M. C. FOUCAUT (*),

Elevé de l'institution Barbet.

Démonstration. Soit ABC le triangle sphérique donné (voyez Pl. I). On connaît les trois côtés et l'angle A opposé à l'un d'eux. Joignons les trois sommets au centre de la sphère et entre eux deux à deux. Menons par le point A un plan perpendiculaire à l'arête OA; l'angle rectiligne APQ formé par l'intersection de ce plan avec les faces AOE, AOB sera égal à A. Cela posé, projetons sur ce plan le triangle plan ABC, et soit APQ la projection demandée; nous aurons

$$(1) \quad \overline{PQ}^2 = \overline{AQ}^2 + \overline{AP}^2 = 2 AP \cdot AQ \cos A.$$

Mais évidemment

$$AQ = \sin b \quad \text{et} \quad AP = \sin c,$$

$$BC = 2 \sin \frac{1}{2} a.$$

En projetant QC et PB sur OA, on voit de suite que $QC = 1 - \cos b$, et $PB = 1 - \cos c$; $QC - PB = \cos c - \cos b$. QC et PB auront toujours des valeurs de cette forme, que les angles b et c soient aigus ou obtus. Le trapèze birectangle PQBC donne

$$\overline{BQ}^2 = 4 \sin^2 \frac{1}{2} a - \cos c - \cos b.$$

En remplaçant les lignes PQ, AQ, AP par leurs valeurs dans (1), il vient, en observant que $4 \sin^2 \frac{1}{2} a = 2(1 - \cos a)$,

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

C. Q. F. D.

* Voir tome I, page 5