

TERQUEM

Calcul aux différentielles partielles

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 8
(1849), p. 397-399

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1849_1_8__397_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1849, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CALCUL AUX DIFFÉRENTIELLES PARTIELLES (*). (Charpit).

On sait que ce sont des questions de physique qui ont donné naissance au calcul aux différentielles partielles inventé par d'Alembert et Euler; mais c'est à ce dernier et à Lagrange que ce calcul doit ses principaux progrès. Dans les équations aux différentielles partielles, une variable est considérée comme fonction de plusieurs autres

(*) On dit ordinairement aux *différences partielles*; mais Lacroix fait observer, avec raison, que le vrai mot est *différentielles partielles*.

variables *indépendantes* les unes des autres, tandis que dans les équations aux *différentielles ordinaires* plusieurs variables sont considérées comme fonctions d'une seule. Or les équations aux différentielles partielles sont dites *résolues* lorsqu'on peut les réduire à un système d'équations aux différentielles ordinaires. Cette réduction est le sujet des travaux de Lagrange dans les Mémoires de l'Académie de Berlin, années 1772, 1779 et 1785. En 1772, il a indiqué comment il était possible de ramener les équations aux différentielles partielles du premier ordre à trois variables où les coefficients différentiels passent le premier degré, à des équations différentielles partielles du premier ordre et du premier degré à quatre variables; en 1779, il montre transitoirement, et en 1785, il démontre la résolution des équations différentielles du premier ordre linéaires, c'est-à-dire la réduction à des équations différentielles ordinaires. De sorte que la *résolution* des équations du premier ordre et non linéaires était trouvée. Toutefois, il paraît que Lagrange oublia sa découverte de 1772; car en 1785, il regarde cette *résolution* comme chose impossible. En effet, dans le Mémoire cité, on trouve, page 188, cette équation

$$1 + X \frac{dz}{dx} + Y \frac{dz}{dy} = \cos \omega \sqrt{1 + X^2 + Y^2} \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dy}\right)^2};$$

X et Y désignant des fonctions de x, y, z . Lagrange dit que cette équation n'est intégrable par *aucune méthode connue*, que lorsque $\cos \omega = 0$; car alors elle devient *linéaire*. Un jeune géomètre, nommé Charpit, dans un Mémoire présenté à l'Académie des Sciences de Paris le 30 juin 1784, donna le premier, en suivant les indications de Lagrange, la réduction des équations aux différentielles partielles du premier ordre, non linéaires, entre m variables, à des équations différentielles ordinaires à $m + 1$

variables. On lit dans Lacroix : « La mort enleva ce jeune homme au moment où il donnait de grandes espérances, et son Mémoire ne fut pas imprimé. » (*Calcul différentiel*, t. II, p. 548; seconde édition, 1814.)

Nous avons extrait ce qui précède d'un Mémoire que M. Jacobi a publié en 1842 dans le *Journal* de M. Crelle, sous ce titre : *Dilucidationes de æquationum differentialium vulgarium systematis earumque connexionem cum æquationibus differentialibus linearibus primi ordinis*. Dans une note, au bas de la page 3, parlant de ce singulier oubli de Lagrange, il fait observer que les progrès de l'esprit humain sont si lents, que lorsqu'on a trouvé $A = B$ et $B = C$, il peut s'écouler un long intervalle avant que l'on conclue que $A = C$. Dans cette même note, M. Jacobi manifeste le désir que M. Liouville veuille faire des recherches dans les archives de l'Académie pour retrouver le Mémoire de Charpit (*), et l'insérer dans le *Journal des Mathématiques*. Nous sommes en 1849; sept années se sont écoulées, nous ne savons pas si ces recherches ont eu lieu et quel en a été le résultat. Nous croyons utile d'appeler de nouveau l'attention sur le désir exprimé par un illustre géomètre étranger, dans l'intérêt de la science, et qui est, en outre, pour nous un intérêt national. Les *Nouvelles Annales* accueilleront avec une vive satisfaction des renseignements biographiques sur Charpit, jeté prématurément hors d'une carrière qu'il aborda d'une manière si brillante. Cette perte est d'autant plus regrettable, que les grands géomètres, comme les grands poètes, les grands artistes, s'annoncent presque toujours par des débuts marqués au coin du génie.

(*) Lacroix donne l'analyse de ce Mémoire, dès la première édition de son ouvrage, en 1798, le Mémoire existait donc encore à cette époque (voir t. II, première édition, p. 496 et 513).