

TERQUEM

Trigonométrie

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 8
(1849), p. 100

[<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1849_1_8__100_0>](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1849_1_8__100_0)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1849, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

TRIGONOMÉTRIE.

THÉORÈME I. Dans un triangle rectiligne ABC, on a la relation

$$\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2 \sin A \sin B \cos C \\ + 2 \sin A \sin C \cos B + 2 \sin B \sin C \cos A.$$

Démonstration. Circonscrivons une circonférence au triangle : on a

$$a = 2R \sin A, \quad b = 2R \sin B, \quad c = 2R \sin C;$$

a, b, c sont les côtés et R le rayon. Or

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A;$$

donc

$$\sin^2 A = \sin^2 B + \sin^2 C - 2 \sin B \sin C \cos A.$$

On a deux autres équations analogues; les ajoutant, on trouve la relation énoncée.

THÉORÈME II. Soit un triangle sphérique ABC; a, b, c les côtés, et A', B', C' les angles du triangle rectiligne formé par les cordes; on a la relation

$$\sin^2 \frac{1}{2} c + \sin^2 \frac{1}{2} b + \sin^2 \frac{1}{2} a = 2 \sin \frac{1}{2} a \sin \frac{1}{2} b \cos C' \\ + 2 \sin \frac{1}{2} a \sin \frac{1}{2} c \cos B' + 2 \sin \frac{1}{2} b \sin \frac{1}{2} c \cos A'.$$

Démonstration. Les trois cordes formant le triangle rectiligne sont égales à

$$2 \sin \frac{1}{2} a, \quad 2 \sin \frac{1}{2} b, \quad 2 \sin \frac{1}{2} c,$$

et l'on a dans ce triangle

$$4 \sin^2 \frac{1}{2} a = 4 \sin^2 \frac{1}{2} b + 4 \sin^2 \frac{1}{2} c - 8 \sin \frac{1}{2} b \sin \frac{1}{2} c \cos A'.$$

On a deux autres équations analogues; ajoutant à celle-ci, on trouve la relation indiquée.