

A. VACHETTE

Problème combinatoire

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 7
(1848), p. 421-422

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1848_1_7__421_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1848, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

PROBLÈME COMBINATOIRE.

PAR M. A. VACHETTE,

Licencié ès sciences mathématiques et physiques.

On a 21 cartes qu'on distribue 3 par 3 en 3 paquets de 7 cartes; on fait penser une carte, et on demande le paquet qui la contient, et on le place au milieu du paquet total formé par les 3 paquets : on fait la même distribution une 2^{me} fois, on demande le paquet, on le place au milieu : on fait une 3^{me} distribution, et on place le paquet de la carte au milieu. La carte se trouve au milieu du paquet total, c'est-à-dire au onzième rang.

Ce fait est général pour $2m+1$ paquets composés de $2n+1$ cartes. Suivant les valeurs relatives de m et n , il arrive après la seconde, la troisième ou la $p^{\text{ème}}$ distribution.

Après la première, la carte est dans le $(m+1)^{\text{ème}}$ paquet, au rang q . Nous supposons $q > n+1$; s'il lui était égal, le fait aurait déjà eu lieu; s'il lui était inférieur, la distribution commencée par la dernière carte du paquet total nous ferait retomber dans le cas que nous examinons. Prenons pour q sa valeur maximum $2n+1$.

Si $n =$ ou $< m$, à la seconde distribution, toutes les cartes des m premiers paquets et les $n+1$ premières cartes du $(m+1)^{\text{ème}}$ paquet étant distribuées, la carte viendra occuper le $(n+1)^{\text{ème}}$ rang dans l'un des m derniers paquets que forme cette seconde distribution. Le fait a eu lieu après la seconde distribution.

Si $n > m$, à une distribution quelconque, la carte viendra occuper le $(n+1)^{\text{ème}}$ rang; si elle est distante de la carte du

milieu d'un nombre de rangs égal ou inférieur à m , et le $(n + 1 + m)^{\text{ème}}$ rang, si elle en est distante d'un nombre égal ou inférieur à $m + m(2m + 1)$. Si donc on a les inégalités $n > m$ et $< m + m(2m + 1)$ ou égal, ce sera après la troisième distribution que la carte occupera le $(n + 1)^{\text{ème}}$ rang. Ainsi, pour 3 paquets de 7 cartes, $m=1$ et $n=3$, et l'on a bien $3 > 1$ et < 4 ; pour 7 paquets de 49 cartes, $m = 3$ et $n = 24$, et l'on a bien $24 > 3$ et $= 24$; pour $2m + 1$ paquets de $(2m + 1)^2$ cartes, on a $n = 2m^2 + 2m$, et l'on a bien $2m^2 + 2m > m$ et $= m + (2m + 1)m$.

Si $n > m + m(2m + 1)$, après la seconde distribution, la carte aura dans son paquet un rang supérieur à $n + 1 + m$, et après la troisième distribution, ne pourra occuper le rang $n + 1$. Elle y viendra après la quatrième, si après la troisième elle occupe un rang supérieur à $n + 1 + m$ et inférieur ou égal à $n + 1 + 2m$, c'est-à-dire si après la seconde elle occupe un rang inférieur ou égal à $n + 1 + m + 2m(2m + 1)$; si donc $n > m + n(2m + 1)$ et $< m + 2m(2m + 1)$ ou égal, le fait aura lieu après la quatrième distribution.

En général, le fait a lieu après la $p^{\text{ème}}$ distribution pour $n > m + (p - 3)m(2m + 1)$ et $< m + (p - 2)m(2m + 1)$ ou égal.