

J. MURENT

Solution de la question 185

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 7
(1848), p. 300-302

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1848_1_7__300_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1848, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 185 (p. 239),

PAR M. J. MÜRENT,

Bachelier ès sciences, à Clermont-Ferrand.

—

P étant la limite de la fraction continue :

$$a : a + b : b + c : c + d : d + \dots,$$

et Q la limite de la fraction continue :

$$a : b + b : c + c : d + d : e + \dots,$$

on a :

$$P(a + Q + 1) = a + Q.$$

Démonstration. Posons d'abord $\frac{1}{a} = a'$, $\frac{1}{b} = b' \dots$, d'où $aa' = 1$, $bb' = 1 \dots$; en multipliant par a' les deux termes de la fraction qui exprime la valeur de P, on aura :

$$P = \frac{1}{1 + \frac{a'b}{b + \frac{c}{c + \dots}}}$$

si dans la partie $\frac{a'b}{\left(b + \frac{c}{c + \dots}\right)}$, on multiplie les deux termes

par ab' , P deviendra :

$$P = \frac{1}{1 + \frac{a + ab'c}{c + \frac{d}{d + \dots}}}$$

De même si dans la partie $\frac{ab'c}{\left(c + \frac{d}{d + \dots}\right)}$ de cette dernière

expression de P, on multiplie les deux termes par $a'bc'$, on trouvera :

$$P = \frac{1}{1+1} \frac{1}{a+1} \frac{1}{a'b+a'bc'd} \frac{1}{d+e} \frac{1}{e+...};$$

multipliant encore les deux termes de $\frac{a'bc'd}{\left(\frac{d+e}{e+...}\right)}$ par

$ab'cd'$, on trouvera :

$$P = \frac{1}{1+1} \frac{1}{a+1} \frac{1}{a'b+1} \frac{1}{ab'c+ab'cd'e} \frac{1}{e+f} \frac{1}{f+....}$$

En continuant ainsi, l'équation de P se changera en la suivante :

$$P=1:1+1:a+1:a'b+1:ab'c+1:a'bc'd+1:ab'cd'e+... (p)$$

Faisant sur Q les mêmes opérations, il viendra successivement :

$$Q = \frac{1}{a'b+a'b} \frac{1}{c+e} \frac{1}{d+...}, \quad Q = \frac{1}{a'b+1} \frac{1}{ab'c+ab'c} \frac{1}{d+d} \frac{1}{e+...}$$

et enfin :

$$Q=1:a'b+1:ab'c+1:a'bc'd+1:ab'cd'e+...;$$

substituant cette valeur dans (p), on obtiendra :

$$P = 1 : 1 + 1 : a + Q \quad \text{ou} \quad P = \frac{1}{1 + \frac{1}{a + Q}},$$

$$\text{d'où} \quad P = \frac{a + Q}{a + Q + 1},$$

$$\text{ou enfin} \quad P(a + Q + 1) = a + Q. \quad \text{c. q. f. d.}$$
