

N. EMERY

Solution de la question 175

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 7
(1848), p. 194-196

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1848_1_7__194_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1848, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 175 (t. VII , p. 45).

PAR M. N. EMERY,

élève du lycée de Versailles.

La courbe , lieu géométrique des sommets de toutes les paraboles tangentes à un cercle donné et ayant pour foyer commun un point fixe sur la circonférence du même cercle, a pour équation entre les coordonnées polaires

$$\rho^3 = a^3 \cos \frac{\omega}{3}. \quad (\text{Strebor.})$$

Fig. 28. Soient O le centre du cercle donné , et F le point fixe , foyer de toutes les paraboles , prenons pour pôle le point F et pour axe polaire la droite FO ; considérant une de ces paraboles , soit A le point où elle est tangente au cercle ; on connaît donc ce foyer , une tangente et son point de contact ; il est par suite facile de déterminer le sommet de la parabole.

Joignons en effet FA, menons AC, faisant avec Ax un angle égal à l'angle OAC, par le point F menant DF, parallèle à AC, on aura l'axe; abaissant KF perpendiculaire sur Dx, et menant KB perpendiculaire sur DF, B sera le sommet.

Désignons la distance BF par ρ et l'angle BFz par ω ; en exprimant que $AF = DF$, on arrive facilement à l'équation du lieu. Du point O, abaissons OG perpendiculaire sur AF, le triangle rectangle FGO donne :

$$FG = FO \cos \frac{\omega}{3},$$

car $OFG = GFK = KFD = \frac{\omega}{3};$

par suite $FA = d \cos \frac{\omega}{3},$

d désignant le diamètre du cercle. D'un autre côté le triangle rectangle DKF donne :

$$\rho \times DF = \overline{KF}^2,$$

mais $\overline{KF}^2 = \frac{\rho^2}{\cos^2 \frac{\omega}{3}};$

donc $DF = \frac{\rho}{\cos^2 \frac{\omega}{3}}.$

Ainsi l'équation du lieu est :

$$d \cos \frac{\omega}{3} = \frac{\rho}{\cos^2 \frac{\omega}{3}},$$

ou bien $\rho = d \cos^3 \frac{\omega}{3}.$

Je profite de cette occasion, pour faire remarquer deux fautes qui existent dans le premier volume.

Page 492, ligne 11 en remontant, on lit :

« L'équation générale étant rapportée au centre, on a, par la résolution de l'équation, $2Cx + By = 0$; $\gamma = \frac{k'}{m}$; système de diamètres conjugués dont le second est parallèle à l'axe des x . »

Le système de diamètres conjugués est représenté par les équations :

$$2Cx + By = 0 \text{ et } \gamma = 0.$$

Enfin page 494, l'équation

$$m^3 \sin^3 \gamma u^2 - 4LN[3m \sin^2 \gamma - 4N^2]u - 4L^2 \sin^3 \gamma = 0$$

n'est pas exacte, il faut

$$m^3 \sin^3 \gamma u^2 + 4LN[4N^2 + 3m \sin^2 \gamma]u - 4L^2 \sin^4 \gamma = 0.$$

Note. MM. Mention et Paul Serret ont donné la même solution du problème 175.
