

REMY

Théorème sur le quadrilatère sphérique

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 4
(1845), p. 494-495

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1845_1_4__494_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1845, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

THÉOREME SUR LE QUADRILATÈRE SPHÉRIQUE.

Par M. Remy. (Crelle, t. III, p. 85, 1828.)

THÉOREME. a, b, c, d sont les côtés et e, f les diagonales d'un quadrilatère sphérique, g la distance sphérique des milieux des diagonales ; on a :

$$\cos a + \cos b + \cos c + \cos d = 4 \cos \frac{1}{2} e \cos \frac{1}{2} f \cos g.$$

Démonstration. Soit le quadrilatère ABDC ; AC = a ; AB = b ; BD = c , DC = d ; AD = f ; BC = e .

Soit F milieu de BC; et G milieu de AD; $FG = g$; soit $AF = r$ et angle $AFC = \alpha$.

Ainsi dans le triangle ACF l'on a :

$$\cos a = \cos r \cos \frac{1}{2}e + \cos \alpha \sin \frac{1}{2}e \sin r,$$

et dans le triangle ABF :

$$\cos b = \cos r \cos \frac{1}{2}e - \cos \alpha \sin \frac{1}{2}e \sin r.$$

Donc $\cos a + \cos b = 2 \cos r \cos \frac{1}{2}e,$

et $\cos c + \cos d = 2 \cos \rho \cos \frac{1}{2}e;$

ρ est l'arc FD; donc

$$\cos a + \cos b + \cos c + \cos d = 2 \cos \frac{1}{2}e (\cos r + \cos \rho);$$

mais $\cos r + \cos \rho = 2 \cos \frac{1}{2}f \cos g;$

donc, etc.

Note. En développant les côtés en séries, on peut déduire de ce théorème celui d'Euler sur le quadrilatère plan.
