

J. BLANCHARD

Solution du problème

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 4
(1845), p. 194-195

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1845_1_4__194_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1845, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DU PROBLÈME (92, p. 55).

PAR M. J. BLANCHARD (*),

élève de mathématiques élémentaires au collège royal de Versailles.

A est l'aire d'un polygone régulier inscrit dans une circonférence, et **B** l'aire du polygone régulier circonscrit semblable; démontrer que $B - A$, équivaut à l'aire du polygone régulier semblable, inscrit dans la circonférence qui a pour diamètre le côté de **B**, ou bien au polygone régulier circonscrit à la circonférence, qui a pour diamètre le côté de **A**.

(Fig. 20). Soit **EC** le côté du polygone **B**, **FD** celui de **EC**,

(*) Nous ne sommes pas sûr d'avoir bien deviné la signature.

joignons EFO, ODC, menons ON perpendiculaire à EC, et qui coupe FD en I.

1^{re} Cas. D'après un théorème connu $B:A::\overline{OC}^2:\overline{OD}^2$, par suite

$$B-A:A::\overline{OC}^2-\overline{OD}^2:\overline{OD}^2.$$

Soit A' le polygone semblable inscrit dans circ. NC,

$$A':A::\overline{NI}^2:\overline{NO}^2.$$

Cette proposition et la précédente ont les conséquents en proportion; donc

$$B-A:A':A::\overline{OC}^2-\overline{OD}^2:\overline{NC}^2,$$

ou bien .

$$B-A:A':A::\overline{OC}^2-\overline{ON}^2:\overline{NC}^2;$$

$$\overline{OC}^2-\overline{ON}^2=\overline{NC}^2,$$

$$\text{donc} \quad B-A=A', \quad \text{C.Q.F.D.}$$

2^e Cas. D'après un théorème analogue au théorème marqué plus haut

$$B:A::\overline{NO}^2:\overline{IO}^2,$$

d'où

$$B-A:B::\overline{NO}^2-\overline{IO}^2:\overline{NO}^2.$$

Soit B' le polygone semblable circonscrit à circ. ID,

$$B':B::\overline{ID}^2:\overline{NO}^2.$$

Combinant cette proportion avec la précédente ,

$$B-A:B':B::\overline{NO}^2-\overline{IO}^2:\overline{ID}^2;$$

$$\text{mais} \quad \overline{NO} = \overline{OD},$$

$$\text{donc} \quad \overline{ON}^2-\overline{IO}^2=\overline{OD}^2-\overline{IO}^2, \quad \text{or} \quad \overline{OD}^2-\overline{IO}^2=\overline{ID}^2,$$

dans le triangle OID, donc $B-A=B'$. C.Q.F.D.

Note. Ce théorème se trouve dans les mémoires de l'Académie des sciences, dont Dufaye était membre.

MM. Cardonnell, élève en philosophie au collège royal d'Auch, et Clément, élève au collège royal de Bourges, nous ont aussi adressé des solutions du même problème.