

Extraits de journaux. Comptes rendus mensuels de l'Académie de Berlin (1842, de janvier à juillet inclusivement)

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 2 (1843), p. 45-48

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1843_1_2__45_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1843, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

EXTRAITS DE JOURNAUX.

Comptes rendus mensuels de l'Académie de Berlin
(1842, de janvier à juillet inclusivement).

Poggendorff. Méthode pour déterminer les maxima relatifs des courants dans deux chaînes voltaïques, suivie d'un essai d'explication de la polarisation galvanique (6—19).

Dirksen. Sommation de séries infinies, en $A \sin. n_1 x$ et $A' \cos n_2 x$; n_1, n_2 , etc., étant les racines d'une équation transcendante, et les coefficients A et A' sont donnés en intégrales définies.

On rencontre ces séries dans la mécanique céleste, et Fourier les a trouvées, en calculant le mouvement de la

chaleur dans une sphère solide (Laplace, *Méc. cél.*, liv. IX, ch. 4; Fourier, *Th. de la chaleur*, § 290, page 348). Poisson a fait une objection contre la solution de Fourier; cette solution suppose une fonction entièrement arbitraire de la distance d'un point au centre de la sphère; or, rien ne prouve, dit Poisson, que la série d'une forme particulière qui exprime la valeur de l'inconnue, à l'origine du temps, puisse exprimer une fonction arbitraire de la distance au centre (*Th. mat. de la chaleur*, page 172). Dans le raisonnement que Poisson substitue à celui de Fourier, on suppose seulement une fonction assujettie à satisfaire à une certaine équation aux différences partielles. Or, objecte, M. Dirksen, une telle fonction n'a pas non plus toute la généralité exigée et n'étant pas entièrement arbitraire, ne peut pas représenter l'état quelconque calorifique du corps. Il démontre la série de Fourier d'une manière directe purement analytique, à l'aide de la théorie des résidus de M. Cauchy; théorie qu'on commence à cultiver et qui est extrêmement avantageuse, comme moyen algorithmique, pour simplifier les énoncés des résultats (20 à 29).

Lejeune-Dirichlet. *Théorème.* $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_m$ étant m nombres irrationnels; il existe toujours un système de $m+1$ nombres entiers, $x_0, x_1, x_2, \dots, x_m$ positifs ou négatifs, tels que le polynôme $x_0 + \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_m x_m = \gamma$ devienne plus petit que le plus grand de ces nombres entiers, élevé à la puissance $-m$

Démonstration. Par la méthode des fractions continues, le théorème est connu lorsque $m=1$; supposons donc $m>1$; soit δ un nombre quelconque; on peut toujours satisfaire à l'inégalité $(2n)^{-m} < \delta$; n étant un nombre entier; qu'on prenne pour $x_1, x_2, \dots, x_m$; un quelconque des nombres entiers renfermés dans la progression arithmétique

$-n; -(n-1); -(n-2) \dots -1, 0, 1, 2, 3, \dots, n$. alors $\gamma - x_0$

prendra $(2n+1)^m$ valeurs ; on peut pour chacune de ces valeurs déterminer une valeur entière de x_0 de telle sorte que γ devienne une quantité positive plus petite que l'unité ; parmi ces $(2n+1)^m$ fractions, il y en aura donc au moins 2 compris entre les $2n^m$ intervalles que fournit la progression arithmétique $0, (2n)^{-m} ; 2.(2n)^{-m} ; 3.(2n)^{-m} \dots, 1$; soient γ', γ'' , deux de ces valeurs ; $\gamma' - \gamma''$ est donc compris et est donc moindre que $(2n)^{-m}$ et par conséquent moindre que δ ; mais $\gamma' - \gamma''$ est une expression de même forme que γ et dans laquelle les quantités $x_1 ; x_2 ; x_3 \dots$ ne deviennent pas simultanément nulles ; on a donc pour $x_0, x_1, x_2 \dots x_m$ des nombres entiers tels que l'expression γ devient plus petite que $(2n)^{-m}$; s le plus grand de ces nombres entiers est au-dessus de $2n$; donc $\gamma < s^{-m}$; et n étant un nombre entier indéterminé, il existe donc une infinité de manières de remplir cette condition ; C. Q. F. D.

Nous reviendrons sur ce théorème si important dans la doctrine des nombres irrationnels.

18 juillet (page 233). *Essai sur la hauteur moyenne des continents*, par M. A. de Humboldt. Il s'agit, dans cet important mémoire de l'illustre voyageur, de déterminer la hauteur du centre de gravité des volumes des continents (non pas des masses) au-dessus du niveau de l'Océan. Nous devons nous contenter d'en extraire quelques nombres.

Hauteur moyenne des plaines de la France (passant par Bourges , Chartres , Nevers).	80 toises.
Les Pyrénées distribuées sur ces plaines, l'élève- raient de.	18
Les Alpes , le Jura , les Vosges , de	20
Les plateaux du Limousin , de l'Auvergne , des Cévennes, de l'Aveyron, du Forez, du Morvan, de la Côte-d'Or, de.	18

Hauteur moyenne de toute la France, au plus. . 136 toises.

Hauteur moyenne de l'Europe.	205 mètres
id. Amérique septentrionale.	228
id. id. méridionale.	345
id. Asie.	351

On ne possède pas de données suffisantes pour déterminer la hauteur de l'Afrique. Laplace avait conjecturé que la hauteur des continents ne surpassait pas 1000 mètres. (*Mécanique céleste*, t. V, liv. XI, ch. 1, page 3) ; cette évaluation qui a donné lieu aux recherches de M. de Humboldt, est trop forte de presque les deux tiers.