

MARIE-JOSÉ DURAND-RICHARD

**Charles Babbage (1791-1871) : de l'école algébrique
anglaise à la « machine analytique »**

Mathématiques et sciences humaines, tome 118 (1992), p. 5-31

http://www.numdam.org/item?id=MSH_1992__118__5_0

© Centre d'analyse et de mathématiques sociales de l'EHESS, 1992, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Mathématiques et sciences humaines » (<http://msh.revues.org/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CHARLES BABBAGE (1791-1871) : DE L'ÉCOLE ALGÈBRIQUE ANGLAISE A LA "MACHINE ANALYTIQUE"

Marie-José DURAND-RICHARD¹

RÉSUMÉ — *Actuellement de plus en plus honoré par les informaticiens à la recherche d'une paternité pour leurs nouvelles machines, Charles Babbage reste un mathématicien peu connu. Il est pourtant à l'origine d'une École Algébrique Anglaise dont les travaux ont su expliciter les caractéristiques des méthodes opératoires et les imposer comme essentielles à la nouvelle algèbre ; parmi les nouveaux "scientists" d'une Angleterre émergeant de sa Révolution Industrielle dans les années 1830, Babbage, qui est politiquement proche des Whigs, voire des radicaux, participe au vaste mouvement de réformes qui installe la science au cœur des institutions, même si l'audace incisive de ses interventions l'écarte souvent de positions de pouvoir qu'il ne brigue d'ailleurs pas. Au-delà d'une présentation de l'ensemble de ses activités, c'est leur unité d'inspiration que je tenterai de dégager, et qui résulte de la tension entre ces deux questions fondamentales : quels sont les principes qui en fondent l'opérativité ?*

SUMMARY — *From the English School of Algebra to the "analytical engine"*
Although Charles Babbage is being curenly given increasing recognition by computer scientists seeking a figure-head for their new machines, he does not really stand as a renowned mathematician. Nevertheless, he initiated an English Algebraic School which outlined the main features of operative methods and carried them as essentiel for the new trends of algebra. Babbage, as one of the new "scientists" of an England emerging from its Industrial Revolution in the 1830's, with political leanings towards the Whigs, and even the Radicals, was active in the vast movement of reforms which established science as central among the institutions. But the audacity of his endeavours prevented him from acquiring positions of power to which he in fact made no claim. I intend to give a comprehensive view of his work, but also show that all it is deeply rooted in two fundamental questions : What are the ways of invention in mathematics ? What are the principles which govern its operativity ?

Babbage n'est pas une figure absolument dominante de l'histoire des sciences. Seuls le connaissent souvent les spécialistes de l'algèbre abstraite, puisqu'il est l'auteur de deux mémoires fondateurs sur le calcul fonctionnel, et qu'il est à l'origine de l'École Algébrique Anglaise² (1812). Depuis quelques décennies, son nom acquiert également un sens pour les

¹ Cet article s'inscrit dans une série de recherches portant sur les conditions du développement de l'Algèbre Abstraite en Angleterre, dont la première étape fut ma thèse de doctorat de l'E.H.E.S.S., intitulé "G. Peacock (1791-1858) : La Synthèse Algébrique comme Loi Symbolique dans l'Angleterre des Réformes (1830)". Il prolonge plus directement une recherche menée à l'Université de Technologie de Compiègne, étudiant l'influence du modèle mécaniste sur l'élaboration de l'algèbre abstraite en Angleterre (1830). Cf "Between Science and Industry : The principle of Analogy and the Mechanization of Operations", in Gremmen, B. (Ed.), *The Interaction between Technology and Science*, Wageningen, 1991.

² Novy, L., "L'École Algébrique Anglaise", *Revue de Synthèse*, III^e S., n° 49-52, 1968, 211-22.

spécialistes de l'informatique à la recherche des origines de leur discipline, puisqu'on lui doit la conception du tout premier ancêtre de l'ordinateur, une calculatrice automatique et mécanique à programme externe, "the analytical engine" (1834), qui prolonge des recherches menées depuis 1822 sur "the difference engine". Présenter le travail de Babbage a donc pour tout premier objectif de spécifier l'unité de ces deux contributions majeures, afin d'en discerner les caractéristiques et les limites.

Mais la récente édition de ses oeuvres publiées³ témoigne à l'évidence de centres d'intérêt qui dépassent de très loin les seuls domaines de l'algèbre abstraite et de la technologie calculatoire, pour s'étendre jusqu'au champ de l'économie et des affaires publiques. C'est pourquoi je me propose d'appréhender les multiples ressorts de cette pensée polymorphe. Pour ce faire, je suivrai les recommandations de I.B. Cohen, qui insiste sur l'urgente nécessité d'abandonner ce qu'il appelle une "interprétation Whig de l'histoire", et plus largement sur toute interprétation qui consiste "à exagérer certains principes de progrès aperçus dans le passé, et à produire une histoire qui soit une ratification du présent"⁴ Apprécier l'oeuvre de Babbage sans faire d'anachronisme suppose en effet de ne pas évaluer son travail comme si c'était celui d'un scientifique du XX^e siècle menant sa carrière dans le laboratoire de recherche d'une science institutionnalisée. La science anglaise du début du XIX^e siècle hérite d'une conception universaliste empreinte de la philosophie de Bacon et de celle des Lumières, qui se déploie dans une Angleterre⁵ qui est celle de la Révolution Industrielle (1760-1830), c'est-à-dire dans un pays qui passe, en quelques décennies, d'une économie essentiellement rurale à une géographie où s'affirme partout la suprématie des techniques. Ponts, chemin de fer, bateaux, usines peuplées de machines-outils, toutes ces nouveautés cernent le développement des villes manufacturières et témoignent de transformations essentielles, qui touchent non seulement à la répartition et à la hiérarchisation sociale de la population sur le territoire, mais aux structures même de la société. Les contradictions ne manquent pas. Les crises économiques, sociales et politiques sont alors incessantes. L'urgence des restructurations institutionnelles à entreprendre dans tous les domaines de la vie publique n'échappe aucunement à la jeunesse intellectuelle et libérale du début du XIX^e siècle. Avec ses condisciples de Cambridge, comme avec ses amis libéraux ou radicaux, Babbage est porteur de cette conscience et de ces tensions. Mais s'il applaudit au développement de l'industrie, s'il contribue à des avancées conceptuelles et technologiques majeures, s'il prône l'instauration de nouveaux rapports entre l'état, la science et l'industrie, il reste imprégné des valeurs de la théologie naturelle enseignée dans les Universités anglicanes, pour laquelle la nature, en tant que manifestation de l'omniscience divine, ne saurait être qu'harmonie.

Face à cette nécessité d'adapter les structures de l'Angleterre à ses mutations, la science va constituer un facteur essentiel d'unification entre "practical men" et "learned men"⁶, et par là même, le catalyseur d'une stabilisation sociale alors très incertaine. Comme je voudrais tenter de le montrer, toute l'oeuvre de Babbage s'inscrit dans ce mouvement qui va permettre à l'Angleterre d'intégrer ses propres transformations, au prix d'une réflexion de fond sur la nature des institutions, sur ce qui en constitue la fonction symbolique, et sur ce qui garantit qu'elles prennent en charge les différentes aspects de l'expérience humaine de ce temps. L'impulsion que

³ Campbell-Kelly, M., *The Works of Ch. Babbage*, London, W. Pickering, 1989, 11 vol. Les plans de Babbage relatifs à ses machines y sont malheureusement rares, et il y manque deux manuscrits inédits, *The history of the Origin and Progress of the Calculus of Functions during the years 1809, ..., 1817*, Buxton Mss Collection, Museum of the History of Science, Oxford, et *The Philosophy of Analysis*, Add. Mss 37202, British Library, London. L'édition de sa correspondance et de ses carnets reste à faire : ce sera une entreprise de grande envergure.

⁴ Cohen, I.B., "General Introduction", *Works*, ibid., 1, 7-34, p.8.

⁵ Hyman, A., *Charles Babbage, Pioneer of the Computer*, N. Jersey, Princeton U.P., 1982. Prelude.

⁶ Howdon, J., *A Rational Investigation of the Principles of Natural Philosophy, Physical and Moral*, Edinburgh, Glasgow, 1832, p.vii-viii.

donne Babbage à la création de nouvelles sociétés se double d'une pratique scientifique et technologique où il manifeste une inventivité constante dont il ne cesse d'expliciter la genèse et d'analyser les effets. Ses travaux mathématiques comme sa réflexion sur les machines, loin d'être indépendants, participent de cette philosophie que l'École algébrique anglaise s'est appliquée à mettre en oeuvre, et qui concerne au fond l'énonciation de nouveaux fondements pour la connaissance, dont la nature est désormais conçue comme essentiellement symbolique et opératoire.

1. BABBAGE ET LA SCIENCE DE SON TEMPS

Né le 26 décembre 1791, Babbage est issu d'une famille du Devonshire qui appartient à l'oligarchie marchande contrôlant la région de Totnes. Lorsque son père, d'abord marchand, devient banquier, il s'inscrit dans la spécialisation des métiers de la lignée familiale, que la logique économique conduit du statut de petit propriétaire, à celui de forgeron, puis d'orfèvre et de banquier⁷. Babbage ne poursuivra pas directement cette ascension sociale, puisqu'il consacrera toute la fortune héritée de son père en 1827 à ses propres recherches et à l'élaboration de ses machines⁸. Encore faut-il considérer que son statut d'intellectuel reconnu, en relation tant avec des aristocrates et hommes politiques qu'avec des industriels, ingénieurs et artisans, tant avec des économistes qu'avec des philosophes, et avec de nombreux hommes de science à l'étranger⁹, participe directement de l'intégration sociale de la bourgeoisie montante dont fait partie sa famille. Dans toutes ses interventions, Babbage met son tempérament impulsif au service d'une énergie inventive et critique qui ne craint aucun risque ni aucune provocation.

1.1. Babbage et la réforme des institutions du savoir

Au moment où il entre à Cambridge en octobre 1810, le débat est déjà engagé qui répercute à l'Université et dans les sociétés savantes la nécessité d'intégrer les formes de savoir engendrées par la Révolution Industrielle¹⁰. Les Universités d'Oxford et de Cambridge dispensent encore une culture classique à destination d'une classe dirigeante dont les valeurs traditionnelles ne font que peu de place à la science et à la technique. Universités anglicanes, aux statuts inchangés depuis 1570, elles restent fidèles à leur vocation initiale : la formation du clergé anglican. Tous les étudiants doivent y prêter serment à l'Église établie, et les dissidents en sont exclus¹¹. Et si Cambridge a substitué les mathématiques à la scolastique dans l'examen de fin de cursus, cet enseignement demeure fidèle à une géométrie euclidienne qui s'intègre à cette culture attachée au respect des Anciens, et à une conception newtonienne du calcul infinitésimal, dont la notation

⁷ Hyman, A., op. cit., p.8, p.40.

⁸ La chaire de mathématiques qu'il occupera à Cambridge de 1828 à 1839, au titre de Lucasian Professor sera la seule position rétribuée qu'il ait jamais occupée.

⁹ Hyman, A., op. cit., p.41-43, p.165, p.175, p.177. Au cours de ses nombreux voyages sur le Continent, Babbage entrera en relation avec Biot, Arago, Fourier, de Prony, Laplace et Berthollet en France (1819), A. von Humboldt, Dirichlet et Magnus à Berlin (1828), Menabrea, Mosotti et Plana en Italie (1840), ainsi qu'avec Jacobi et Bessel lors de leur séjour en Angleterre (1838). Babbage est un personnage d'une très grande sociabilité, et ses soirées du samedi à Dorset Street réuniront pendant de longues années les membres les plus éminents de la société londonienne et de l'étranger : Dickens les fréquente assidûment, et Cavour y rencontrera Tocqueville en 1835.

¹⁰ Winstanley, D.A., *Unreformed Cambridge*, Cambridge, 1935 ; et *Early Victorian Cambridge*, Cambridge, 1940.

¹¹ L'abolition de ces "tests" religieux, demandée au Parlement dans une pétition signée par 64 membres de l'Université de Cambridge, dont Peacock et Babbage, interviendra finalement en 1858, et la fin de toutes les restrictions religieuses dans les statuts de l'Université, en particulier l'ouverture aux non-anglicans des fellowships dans les Collèges et des Professorships à l'Université, attendra 1871.

diffère suffisamment de celle du calcul différentiel leibnizien pour qu'une telle crispation ait fini par creuser un fossé entre les mathématiciens anglais et ceux du Continent¹².

Dans un tel contexte, l'adoption de la notation leibnizienne correspond véritablement à un acte politique, que vont assumer à Cambridge les étudiants les plus conscients de l'inadaptation de l'Université aux besoins du pays. S'il passe son "Bachelor of Arts degree" en refusant de participer à la compétition pour les "mathematical honors" en 1814, Babbage n'en connaît pas moins les travaux de Leibniz, Lagrange et Lacroix avant d'entrer à Cambridge, et c'est à son initiative qu'un petit groupe d'étudiants crée en 1812 *the Analytical Society*, dont l'unique volume de *Memoirs* est publié anonymement en 1813, dans le but explicite, voire provoquant, de confronter l'université à la fécondité des plus récents développements de l'analyse algébrique¹³. La préface en donne une présentation historique d'une remarquable érudition, et souligne la supériorité des travaux continentaux en ce domaine, tout en s'affirmant, par son insistance sur l'origine anglaise de nombreuses idées et sur la nécessité d'en réimporter les acquis, comme un véritable programme de recherche d'intérêt national. Poursuivant cette volonté d'imposer la notation leibnizienne à Cambridge, Babbage, Herschel (1792-1871) et Peacock (1791-1858) traduisent en 1816 le *Traité élémentaire de Calcul Différentiel et Intégral* (1802) de Lacroix, et publient chacun un volume d'exemples¹⁴ en 1820. Peacock, particulièrement impliqué dans la réforme de l'Université de Cambridge, joue en tant qu'examineur¹⁵ un rôle essentiel dans l'adoption de cette notation dans les examens, qui est acquise dès 1820.

C'est autour d'eux que W.F. Cannon articule ce qui va constituer, dans les années à venir, le "network de Cambridge", groupe informel, mais cependant puissant, dont l'influence s'exerce aussi bien dans l'Université qu'auprès des organes du pouvoir et des tenants de la science officielle¹⁶. Il est au cœur des nouvelles formes d'institutionnalisation de la science, comme de la Réforme des statuts des Universités anglicanes¹⁷. Avec ses amis, Babbage œuvre à la création de plusieurs sociétés d'importance nationale, destinées à rétablir l'équilibre géographique et sociologique entre les sociétés existantes. Depuis sa fondation en 1662, la *Royal Society* s'est en effet rapprochée de l'aristocratie au pouvoir, en raison même de son statut de libre association, qui l'oblige à chercher des fonds propres du côté du mécénat. Son dynamisme s'est appauvri du fait de l'augmentation considérable du nombre de ses membres

¹² De fait, l'Angleterre est restée pour l'essentiel fermée aux travaux continentaux depuis la querelle de priorité qui avait opposé Newton et Leibniz au sujet de l'invention du calcul infinitésimal. Mais au-delà de cette rupture, il convient d'insister sur la nécessité pour les institutions anglaises du 18^{ème} siècle, y compris les structures universitaires, d'assimiler les effets des deux Révolutions politiques du 17^{ème} siècle, nécessité qui contribue à expliquer leur manque de dynamisme.

¹³ Anonyme, *Memoirs of the Analytical Society*, Cambridge, 1813. La préface et l'article de Babbage, "On Continued Products", sont publiés dans *Works*, 1, p.37-92.

¹⁴ Babbage, C., *Examples of the Functional Equations*, Cambridge, 1820. Herschel, J.F.W., *Examples of the Calculus of the Finite Differences*, Cambridge, 1820. Peacock, G., *A Collection of Examples on the Calculus of the Applications of the Differential and Integral Calculus*, Cambridge, 1820, dont la 3^{ème} partie, collective, se trouve dans *Works*, 1, p.283-326.

¹⁵ Durand, M.J., "G. Peacock (1791-1858) : la Synthèse Algébrique comme Loi Symbolique dans l'Angleterre des Réformes (1830)", *Thèse pour le Doctorat de l'Ecole des Hautes Etudes en Sciences Sociales*, Paris, 1985, p.208-16 & p.224-9.

¹⁶ Cannon, W.F., "Scientists and Broadchurchmen : An Early Intellectual Network", *Journal of British Studies*, IV, n° 1, 1964, p.65-88.

¹⁷ Les membres de la Commission Royale d'Enquête nommée en 1850 pour conduire à cette réforme sont Peacock, Herschel, le naturaliste libéral Sedgwick, et son collègue Romilly, secrétaire général de l'Université de Cambridge, ainsi que Lord Graham, évêque de Chester. Tillyard, A.I., *A History of University Reform from 1800 to the Present Time, with suggestions towards a complete scheme for the University of Cambridge*, Cambridge, 1913 ; et Rothblatt, S., *The Revolutions of the Dons, Cambridge and Society in Victorian England*, London, 1968.

non savants, et des 42 ans de présidence (1778-1820) de J. Banks qui bloque toute tentative d'évolution. Parallèlement, de très nombreuses sociétés savantes ont récemment vu le jour en province, dont la vitalité manifeste le décalage existant entre les classes dirigeantes et les nouvelles élites qui cherchent une légitimation intellectuelle de leur expérience. Si tous les membres de ce "network" n'ont pas strictement les mêmes idées politiques, ils sont plus proches des Whigs que des Torys, et vont développer une philosophie de la science destinée à intégrer toute démarche inventive en la soumettant au raisonnement déductif, dont les mathématiques sont censées constituer l'essence même. Expérience et observation, ces qualités des "practical men" pourront ainsi être gratifiées tout en restant sous le contrôle de la rigueur logique, qui est le propre des "learned men"¹⁸. *The Cambridge Philosophical Society* (1819) s'inscrit clairement dans la perspective d'une science unitaire où le raisonnement s'exerce par le biais de l'induction et de l'analyse¹⁹. Babbage y publiera plusieurs articles sur le symbolisme en mathématiques. La construction de l'Observatoire de Cambridge, achevée en 1823, accompagne la création de la *Royal Astronomical Society* (1820), à laquelle Babbage est directement associé, et où lui viendra très vite l'idée d'une mécanisation des calculs servant à obtenir les tables nautiques et astronomiques.

A la fin des années 1820, Babbage prône le développement d'une science reconnue et encouragée par le gouvernement. *La Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte*, fondée en 1822 par R. Oken, et dont le congrès auquel il a participé à Berlin l'a tellement fasciné²⁰, symbolise à ses yeux l'alliance réussie des intérêts de la science et de l'Etat. Au moment où le "network" de Cambridge vient d'échouer à installer Herschel à la présidence de la Royal Society (1830), c'est d'abord à la *British Association for the Advancement of Science*, créée sur le modèle de cette société allemande, que revient la tâche de réaliser l'unité idéologique dont manque alors l'Angleterre : elle se propose de coordonner les travaux provinciaux, menés dans le cadre d'une méthodologie inductive et d'une division du travail scientifique proches de la philosophie baconienne. Mais, contrôlée de fait par un noyau stable, celui des "Gentlemen of Science"²¹, dont le "network" de Cambridge n'est pas absent, la B.A.A.S. va très vite réimposer une nouvelle domination culturelle du centre²², le circuit des congrès privilégiant les villes universitaires face aux cités industrielles²³, et les membres provinciaux n'ayant bientôt plus pour fonction que de fournir des informations locales à ces philosophes de la nature que Whewell baptise alors "the scientists". Ceux-ci vont y retravailler leur conception universaliste de la science, reformulant les principes d'ordre et de permanence sur des bases plus opératoires, sans que la théologie naturelle ne cesse de leur servir de toile de fond. La méthodologie ainsi définie subordonne la simple observation des faits à la formulation d'hypothèses théoriques et au raisonnement déductif. Dans la classification des disciplines scientifiques qui en découle, les

¹⁸ Diderot parlait déjà de réconcilier "ceux qui s'agitent" et "ceux qui réfléchissent". Stengers, I., & Schlanger, J., *Les concepts scientifiques*, Paris, Gallimard, 1991, p.30.

¹⁹ Clarke, E.D., address, *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, 1, 1821, p.5-7. Rupert Hall, A., *The Cambridge Philosophical Society : A History 1819-1969*, Cambridge, 1969.

²⁰ Babbage, C., "Account of the great congress of Philosophers at Berlin on the 18th September, 1828", *Edinburgh Journal of Science*, 10, 1829, 225-34 ; repris en appendice de *Reflections on the Decline of Science in England and some of its Causes*, London, 1830, *Works*, 7, 111-20.

²¹ Morrell & Thackray, *Gentlemen of Science, Early Years of the British Association for the Advancement of Science*, Oxford, Clarendon Press, 1981, p.21-9. Les auteurs désignent sous ce terme le groupe des hommes de science qui ont contribué à établir la *British Association for the Advancement of Science*, participant directement à sa fondation et à son organisation au cours de ses 20 premières années d'existence. Ils sont une vingtaine, quasiment tous de confession anglicane, politiquement proches des Whigs et des anglicans libéraux de la Broad Church, et constituent un groupe socialement intermédiaire entre les classes qu'il s'agit de réconcilier du côté du pouvoir.

²² Ibid., p.33-34, p.267-75.

²³ Ibid., p.28, 97-9. Voici ce circuit de 1831 à 1844 : York, Oxford, Cambridge, Edinburgh, Dublin, Bristol, Liverpool, Newcastle, Birmingham, Glasgow, Plymouth, Manchester, Cork, York.

mathématiques occupent la première place²⁴, et celles où les pratiques sociales pourraient être impliquées y sont marginalisées²⁵. Si l'attitude toujours radicale de Babbage quant au rôle des institutions le tient quelque peu à l'écart des positions de pouvoir, sa participation aux travaux de l'Association le situe parfaitement dans cette perspective, surtout au sein de la section statistique²⁶ qu'il réunit en 1834, devenue l'année même *the Statistical Society*. Si l'importance qu'il y donne à l'accumulation des faits est de tradition baconienne, il y privilégie le quantitatif sur l'analyse de données plus directement sociales²⁷ (dont le fonctionnement sera ajusté p.).

Dionysius Lardner, un des premiers auteurs de vulgarisation scientifique, fait en 1834 une présentation de la machine aux différences de Babbage, où il met clairement en évidence l'espoir que le cercle des scientifiques libéraux puisse conduire la nation vers un nouvel équilibre permettant de dépasser les oppositions entre "learned men" et "practical men" :

"We trust that a more auspicious period is at hand ; that the chiasm which has separated practical from scientific men will speedily close ; and that that combination of knowledge will be effected, which can only be obtained when we see the men of science more frequently extending their observant eye over the wonders of our factories, and our great practical manufacturers, with a reciprocal ambition, presenting themselves as active and useful members of our scientific associations. When this has taken place, an order of scientific men will spring up" ²⁸.

1.2. Babbage, un économiste libéral de tendance radicale

"Gentleman of science", membre du "network de Cambridge", Babbage est proche de ces Whigs, dont la Réforme Electorale de 1832 consacre le pouvoir grandissant, un pouvoir qui sanctionne leur aptitude à saisir la nécessité des transformations et à adapter leur volonté politique aux nouvelles réalités du pays. Libéraux, ces Whigs ne sont ni révolutionnaires, ni démocrates. Parce que leur pensée économique et politique est fondée sur le droit de propriété, le suffrage non censitaire leur fait peur, et ils canalisent d'autant mieux les aspirations au pouvoir de la bourgeoisie montante qu'ils ne remettent pas fondamentalement en cause l'ordre établi²⁹. Le rôle moteur qu'ils jouent dans le renouvellement des institutions se nourrit cependant de la philosophie utilitariste d'inspiration benthamiste, pour laquelle toute institution est une émanation de la société et doit placer son efficacité au service du bonheur du plus grand nombre. Dans l'impulsion que donne Babbage à la création des sociétés scientifiques, tout comme dans sa critique tous azimuts de l'Establishment, le radicalisme de ses analyses n'a d'égal que celui de son tempérament incisif³⁰.

²⁴ Ibid., p.267- 96. La volonté de subordonner l'empirisme naïf aux mathématiques est sensible notamment dans bon nombre de travaux publiés à cette époque, notamment dans : Herschel, J.F.W., *A Preliminary Discourse on the Study of Natural Philosophy*, London, 1830, & *A Treatise on Astronomy*, London, 1833 ; Whewell, W., *History of Inductive Sciences, from the Earliest to the Present Times*, London, 1837, 3 vol. ; et *The Philosophy of the Inductive Sciences, Founded upon their History*, London, 1840, 2 vol.

²⁵ C'est le cas de la médecine, de la phrénologie, de l'anthropologie, de l'agriculture, de la géographie et de l'éducation. Morrell & Thackeray, op. cit., p.273.

²⁶ L.A.J. Quetelet et de T. Malthus y participent.

²⁷ L.A.J. Quetelet et de T. Malthus y participent.

²⁸ Lardner, D., "Babbage's calculating engine", *Edinburgh Review*, vol. 59, 1834, 263-327, *Works*, 2, 118-86, p176. Samuel Smiles s'exprime dans le même sens. Hyman, A., op. cit., p.53, p.104-5.

²⁹ Durand, M.J., 1985, op. cit., p.319-20.

³⁰ Voir notamment Babbage, C., *Decline*, 1830, op. cit, *Works*, 7. Membre de la *Royal Society* depuis 1816, il sait mettre l'accent sur ses disfonctionnements, qu'il tient pour directement responsables du déclin de la science en Angleterre, comme sur les conséquences désastreuses du système d'éducation, et fait des propositions concrètes, qui reprennent les idées de *The Analytical Society* et associent étroitement économie politique, science et industrie. Voir aussi Babbage, C., *The Exposition of 1851, or, views of the industry, the science and the government of England*, London, 1851, *Works*, 10.

Mais chez Babbage, ce radicalisme dépasse la simple tendance du milieu scientifique des années 1820. Il connaît personnellement H. Bickersteth, ami de Burdett et Bentham³¹. Dès la mort de son père, il inscrit ses fils Charles et Benjamin Herschel à l'école de Bruce Castle, où l'organisation de études et de la vie collective est autogérée par les élèves et l'administration selon des principes utilitaristes³². Et c'est avec un programme de radical modéré qu'il se présente lui-même aux élections de 1832 et 1834, où sa candidature de scientifique théoricien des manufactures aura un retentissement national³³. Dans les années 1840, il fréquente en Italie le groupe des scientifiques radicaux, qui soutient alors directement le mouvement nationaliste. Ses fils Benjamin Herschel et Dugald Bromhead participant là-bas à la construction du chemin de fer contribueront à l'unification du pays³⁴.

L'économie est le thème privilégié des benthamistes, et leur influence est fort sensible sur l'oeuvre d'un Babbage cherchant à définir la meilleure adéquation possible entre les institutions de l'Angleterre et l'état de son développement économique. Parmi toutes les publications où il se préoccupe directement de ce type de problèmes³⁵, je retiendrai son analyse comparée des compagnies d'assurance sur la vie³⁶, inspirée par une tentative avortée dans cette voie en 1824, et où il se révèle un expert de la pratique actuariale, et surtout son ouvrage *On the Economy of Machinery and Manufactures*, qui installe sa réputation de théoricien de l'analyse économique³⁷. Il y développe plus que partout ailleurs sa philosophie d'une union nécessaire et réciproque entre théorie et pratique, tant sur le plan sociologique que conceptuel. Parce qu'il est sans aucun doute le scientifique de son temps qui connaît le mieux le monde industriel, dont il visite les installations depuis 1819, il le situe résolument, et pour la première fois, au centre de la scène économique. Babbage analyse les conditions et les effets du développement d'une production fondée sur les machines et sur la division du travail³⁸, qu'il envisage aussi bien pour le travail mental que pour le travail mécanique ou physique, en vue d'une adaptation maximale aux besoins de cette production. Sa classification des techniques relève d'une analyse des procédures qui en fait le fondateur des méthodes de la recherche opérationnelle.

³¹ Hyman, A., op. cit., p.38-9.

³² Ibid., p.64-5. Babbage avait donné à plusieurs de ses fils des prénoms formés avec le nom de ceux qu'il admirait.

³³ Babbage, C., *Passages*, op. cit., 260-75, *Works*, 11, 193-204. Excellent organisateur, il avait déjà présidé le comité londonien de soutien à l'élection de W. Cavendish comme membre du Parlement pour Cambridge en 1829 et 1831, et soutenu aussi celle de son beau-frère libéral Wolryche Whitmore à Dudmason.

³⁴ Hyman, op. cit., p.186-7.

³⁵ Babbage, C., *A Word to the Wise*, pamphlet de 1833, où il se fait l'avocat des pairages à vie, mais non héréditaires (*Works*, 4, 134-140). Il y réaffirme que l'aristocratie est la classe sociale qui a le moins évolué au cours de ce dernier demi-siècle, et fonde la nécessité de modifier le système politique sur les avancées de l'industrie. Babbage, C., *Outline of a plan for an Author Publishing Society*, et *Plan for a Society of Authors united for the general protection of literary property*, deux pamphlets publiés en 1843, où il défend le principe d'une société des auteurs (elle ne sera créée qu'en 1884), dans le but d'offrir l'ouvrage au lecteur au prix le plus bas possible. En 1854, il participera à un débat sur le même thème au sujet du maintien des prix de détail en librairie.

Babbage, C., *Pamphlet on the principles on taxation*, 1848, *Works*, 5, 31-56, et *Thoughts upon an Extension of the Franchise*, 1865, *Works*, 5, 181-6, dans lesquels il soutient les impôts sur la propriété, sur l'industrie, et sur les revenus, à condition de s'assurer qu'il y ait le moins d'exceptions possibles. Il y attire l'attention vers deux dangers essentiels : celui d'impôts trop élevés, qui risquerait de faire fuir les capitaux vers l'étranger, et celui du système un homme-une voix, qui risquerait sur cette question des impôts de conduire à la destruction de l'entreprise privée.

³⁶ Babbage, C., *A Comparative View of the Various Institutions for the Assurance of Lives*, 1826, *Works*, 6, où il informe l'assuré, à partir d'une discussion des tables de mortalité sur lesquelles les primes sont calculées, sur le fonctionnement des compagnies d'assurance-vie. Babbage y est solidement en faveur de l'assurance-vie qui contribue à la stabilité sociale, et du jeu de la libre entreprise, le gouvernement ne devant intervenir que dans les cas où les dépenses sont trop importantes pour que les organismes privés ou les coopératives puissent faire face.

³⁷ Babbage, C., *On the Economy of Machinery and Manufactures*, London, 1832, *Works*, 8.

³⁸ Smith, A., *An Enquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations*, London, 1776.

Mais le point de vue économique-politique de Babbage est essentiellement original. Parce qu'il est convaincu de la supériorité de l'économie capitaliste, il soutient fondamentalement l'exercice de la libre-entreprise : liberté patronale, liberté du travailleur de vendre son travail au meilleur prix, liberté du commerce, liberté d'exportation des machines et des savoir-faire. En même temps, pénétré comme il l'est par sa quête d'une harmonie sociale et par son admiration pour la situation institutionnelle de la science continentale, et surtout française, Babbage prône résolument l'interventionnisme du gouvernement, dont il conçoit les fonctions de contrôle et d'équilibre comme nécessaires. Son radicalisme n'a donc rien à voir avec celui des classes laborieuses, dont l'intérêt profond lui paraît être fondamentalement le même que celui des patrons et de l'Angleterre toute entière³⁹. Face aux luttes de classe qui éclatent dans les villes industrielles, et qui vont jusqu'à la destruction des machines, Babbage ne propose aux travailleurs ni refus, ni révolte, mais au contraire toutes les mesures possibles d'intégration sociale : économies, assurance-vie, répartition des travailleurs d'une même famille dans plusieurs industries pour amoindrir l'impact des éventuelles fluctuations économiques, mais aussi rétribution de leurs propositions d'innovations, intéressement aux résultats de l'entreprise, jusqu'à la possibilité d'un partenariat coopératif⁴⁰. S'il est sensible aux désastres sociaux provoqués par la Révolution Industrielle, les solutions qu'il envisage ne se trouvent ni sur le terrain économique, ni sur le terrain politique, elles sont d'ordre moral⁴¹.

Plus qu'une analyse, cet ouvrage de Babbage est une base pour l'action, une réponse d'ordre intellectuel à des questions politiques majeures, relatives à la coordination des forces en présence, en vue non seulement d'une harmonie, mais d'une efficacité maximale. Son projet consiste à vouloir démontrer que l'avenir du développement de son pays passe par la réorganisation de l'industrie selon des critères scientifiques et des méthodes statistiques. Il n'est pas sûr qu'il ait été suffisamment entendu ni par le gouvernement, ni par une industrie dont les premiers développements ne devaient rien à la science. A. Hyman voit même dans cette négligence une des causes de la perte de vitesse de l'Angleterre économique du XIX^e siècle, face à d'autres pays industriels comme l'Allemagne et les Etats-Unis. Son message économique s'est également trouvé oublié au profit des ouvrages ultérieurs traitant de la théorie de la valeur, mais son influence sur ses contemporains, notamment sur Mill et Marx, n'en demeure pas moins considérable⁴².

Le radicalisme de Babbage est donc tout à fait spécifique. Il soutient une tension permanente entre la nécessité d'intégrer et de développer les méthodes nouvelles de l'industrie, et la volonté de les soumettre aux outils intellectuels de la science. Il paiera souvent la vivacité de son ton et la pertinence de ses analyses de certaines manifestations de défiance de la part du gouvernement ou

³⁹ Ibid., p.110, p.187. La "pointeuse", qui dans les usines enregistre automatiquement les heures d'entrée et de sortie des travailleurs, fait partie des nombreuses propositions de Babbage. Son radicalisme politique s'atténuera grandement après les soulèvements de 1848, date après laquelle il fulminera contre le socialisme.

⁴⁰ Babbage, C., *Economy*, op. cit., ch. 26, 30, 31, *Works*, 8.

⁴¹ De même que l'hygiène, la santé, la justice et l'éducation sont des axes majeurs de la politique des Whigs en raison des valeurs morales qui les associent à la religion, et qui peuvent contribuer à l'apaisement social.

⁴² L'ouvrage sera rapidement traduit en français, en allemand et en italien. Son influence est manifeste sur J.S. Mill, qui structure ses *Principles of Political Economy* en supposant connus les exemples fournis par le traité de Babbage. Et K. Marx, qui le cite abondamment, utilise ses analyses comme point de départ de ses chapitres "La division du travail et la manufacture" et "Le machinisme et la grande industrie" du *Capital*. A partir de 1845, Babbage entreprend, dans des carnets non publiés, une étude mathématique du marché, et insiste, dans les réunions de la *Statistical Society* qu'il fréquente jusqu'à sa mort, sur la nécessité d'une approche de l'économie qui deviendra, avec W.S. Jevons, la théorie marginaliste, fondée sur le calcul infinitésimal. Hyman, op. cit., p.103-22.

du nouvel Establishment, qui l'écarteront de commissions où sa compétence aurait fait merveille⁴³.

1.3. Babbage, homme de science et ingénieur

Ainsi à l'affût de tout ce qui peut contribuer à la puissance de l'Angleterre, et porteur d'une telle conception universaliste, Babbage déploie dans toutes ses recherches une audace inventive dont la constance ne manque pas d'impressionner. Il ne cesse d'y poser la question des rapports entre théorisation et expérimentation, dont il traite⁴⁴ dès 1815. Son intérêt pour l'ingénierie comme la multiplicité de ses investigations le conduisent à formuler les caractéristiques de l'innovation en matière scientifique. De l'observation d'un fonctionnement ou d'une procédure, il s'applique à abstraire une idée générale ou un principe qu'il tente de transposer dans un autre domaine. Défauts de fonctionnement ou imperfections théoriques, ainsi exploités, peuvent aussi devenir sources d'inspiration fructueuse⁴⁵.

A Cambridge, où il s'initie à l'astronomie, à la mécanique, à l'économie et à la géologie, il aménage un laboratoire de chimie et assiste avec Herschel le professeur Tennant. Ses conversations avec Gay-Lussac à Londres en 1825, concernant les récentes expériences d'Arago, le conduisent à des expériences sur l'électromagnétisme menées avec le même Herschel⁴⁶. Lors de son voyage en Europe⁴⁷ de 1827-28, il mène une série d'observations quantitatives du Vésuve et du tremblement de terre d'Ischia qui, synthétisées en une théorie du mouvement des surfaces isothermes de l'écorce terrestre, participeront au renouvellement des idées sur la géologie et l'âge de la terre⁴⁸.

Son activité intellectuelle s'étend à l'ensemble des connaissances scientifiques et techniques constitutives de ce "useful knowledge" si cher au milieu scientifique britannique. Le travail de toute une vie sur les machines à calculer en est le témoignage le plus flagrant, mais Babbage produit également des projets ponctuels aussi variés qu'étonnants. Avant même que ne s'impose, grâce au chemin de fer, le tarif postal unique, ce "penny-post" créé par Sir Rowland Hill⁴⁹, Babbage se livre sur ce thème à une véritable recherche opérationnelle qui aboutira en 1832 à sa théorie du coût de la vérification des prix⁵⁰. Il suggère non seulement un affranchissement unique, qui est un corollaire de cette théorie, mais l'élargissement du système postal au transport des livres et colis - qu'assurent alors les diligences à des tarifs pour le moins hétérogènes et prohibitifs - mesure dont il ne manque pas de souligner l'intérêt pour la

⁴³ Par exemple pour l'exposition universelle. La complexité de ses relations avec le gouvernement à propos du financement de ses travaux sur les machines n'y est sans doute pas étrangère. Babbage est néanmoins une autorité technique reconnue que certains membres du gouvernement ou responsables des affaires publiques ne manqueront pas de consulter. Hyman, A., op. cit., p.228-9.

⁴⁴ Hyman, A., op. cit., p.34-35. La 10^{ème} des conférences sur l'astronomie qu'il donne alors pour la *Royal Institution* porte sur ce thème.

⁴⁵ Ibid., p.225.

⁴⁶ Ibid., p.58.

⁴⁷ Il y tente d'échapper à la grave dépression qui l'affecte depuis la mort consécutive de son père, de son épouse, et de deux de ses enfants en 1827.

⁴⁸ Babbage, C., "Abstract of a paper entitled Observations on the Temple of Serapis at Pozzuoli ; with remarks on certain causes which may produce geological cycles of great extent", London, 1834, *Works*, 4, 141-6 ; et "Observations on the Temple of Serapis at Pozzuoli, near Naples. Conjectures on the physical condition of the surface of the moon", London, 1847, *Works*, 4, 165-217. Hyman, op. cit., p.71.

⁴⁹ Sir Rowland Hill a fait ses études élémentaires à l'école d'Hazlewood, fondée avant celle de Bruce Castle selon les mêmes principes utilitaristes. Ibid., p.65.

⁵⁰ Babbage, C., *Economy*, op. cit., p. 104, *Works*, 8, p.101-2.

communication scientifique⁵¹. A Ischia en 1827 comme à Volterra en 1841, il développe des projets beaucoup plus vastes, où il propose l'usage industriel des sources chaudes sur une large échelle, avec notamment l'installation d'une industrie chimique intégrée, fondée sur la puissance géothermique, où les travailleurs seraient associés au succès de l'opération.

Ses recherches sur la lumière sont assez conséquentes. En 1845-46, constatant au théâtre les changements de couleur produits dans la salle par le nouvel éclairage de scène au gaz, il entreprend des expériences systématiques sur les effets qu'il peut en tirer et compose même un ballet où il met ses idées à l'épreuve des faits⁵². Et le premier article paru en 1854 sur l'ophtalmoscope, cet appareil destiné à regarder au fond de l'oeil grâce à la réflexion d'un rayon lumineux sur un miroir dont le centre est sans tain, en attribue le premier modèle à Babbage, qui l'aurait conçu en 1846-47, après ses propres expériences sur la lumière. Mais surtout, il prépare pour l'exposition universelle de Londres en 1851, outre les plans d'une machine-outil polyvalente inspirée de ses travaux sur "la machine analytique", un modèle de phare à occultation et à éclat. Ayant analysé les difficultés rencontrées dans les tentatives d'utilisation domestique de la lumière électrique ou magnétique, Babbage met au point un circuit adapté à un principe de signaux, où les interruptions de lumière, au lieu d'être accidentelles, sont devenues récurrentes. Il édite une vingtaine d'exemplaires d'un article expliquant son invention, qui sera adoptée rapidement outre-Atlantique⁵³.

Outre les manufactures, Babbage visite systématiquement les grands chantiers de construction, du brise-lames de Plymouth en 1818, au tunnel sous la Tamise en 1827 et à la ligne de chemin de fer Liverpool-Manchester en 1830, où il suggère l'installation d'un chasse-pierres à l'avant de la locomotive. Ses visites lui sont l'occasion de recueillir des données numériques dont il ne cesse de raffiner les méthodes de relevé, et son esprit analytique le conduit là encore à une décomposition des procédures qui relève de la recherche opérationnelle. Lorsqu'il descend en cloche de plongée sur le chantier de Plymouth, il observe et mesure l'augmentation de la pression de l'air sur les tympans, la condensation de la vapeur d'eau, la déviation de l'aiguille du compas, et la température des plongeurs avant et après l'expérience⁵⁴. Au moment où les ingénieurs Stephenson et Brunel s'affrontent pour la construction des chemins de fer selon deux normes différentes relatives à l'écartement des rails, Babbage, solidaire de Brunel, va consacrer cinq mois à concevoir le matériel, à le construire et à mener des mesures systématiques permettant d'apprécier quantitativement le confort de la ligne. Tous les appareils installés dans le wagon sont coordonnés et permettent d'obtenir un enregistrement automatique sur plusieurs tronçons de lignes parcourus à des vitesses différentes : mesures des secousses verticales, horizontales et latérales aux extrémités, au centre et sur les côtés du wagon, chronométrage, et tracé des courbes correspondantes. Lui-même est tellement impressionné par la qualité des enregistrements obtenus qu'il suggère d'installer sur tous les trains un équipement semblable qui servirait à déterminer les causes d'éventuels accidents⁵⁵.

⁵¹ Iconoclaste, il envisage que les flèches des églises servent de pylônes principaux, dans un système de transport tenant du remonte-pentes, où le courrier, placé dans des cylindres métalliques suspendus par des roues, glisserait d'un point à l'autre le long des câbles. Lui-même affirme d'ailleurs avoir expérimenté un tel système entre sa salle de dessin et son atelier. Les centres de tri postal utilisent aujourd'hui des rails fixés au plafond et transportant le courrier d'une pièce à l'autre. Babbage, C., *Passages from the Life of a Philosopher*, 1864, p. 447-8, *Works*, 11, p.336-7.

⁵² Hyman, A., op. cit., p.205-8. Il mène ses expériences avec Faraday à l'Italian Opera House. Hyman soupçonne que l'utilisation de tels effets de lumière à l'Opéra de Paris à la même époque puisse lui en être redevable.

⁵³ Babbage, C., 1864, op. cit., 452-64, *Works*, 11, 340-9.

⁵⁴ Babbage, C., "Diving Bell", *Encyclopaedia Metropolitana*, 18, 1826, 157-67, *Works*, 4, 74-103. Dans cet article, Babbage dessine et décrit un sous-marin à fond ouvert, où quatre personnes pourraient respirer plus de deux jours, et qu'il propose d'utiliser en cas de guerre pour placer des charges explosives sous la coque des cuirassés.

⁵⁵ "La boîte noire" des avions répond aujourd'hui à ce principe. Hyman, op. cit., p.158-163.

Personnage étonnant donc, que ce Babbage toujours en quête de rénovation institutionnelle ou d'innovation scientifique et technique. Mais personnage cohérent, dont la réflexion est animée par une philosophie de la nature où la primauté reste celle d'une raison en quête d'harmonie. Ses analyses sont celles d'un homme profondément impliqué dans l'histoire de la Révolution Industrielle, soucieux de son "destin" comme de celui de son pays, mais que son radicalisme et son inventivité même empêchent de s'installer finalement dans quelque domaine que ce soit. Dans toutes ses recherches prédomine le caractère essentiellement analytique d'une démarche qui est d'abord celle d'un mathématicien, et dont il va massivement déployer les ressources dans l'élaboration de ses machines.

2. LES MÉMOIRES MATHÉMATIQUES DE BABBAGE

Parce que Babbage n'impose aucune distinction entre division du travail mental et division du travail mécanique ou physique, ses travaux relatifs aux mathématiques et à l'ingénierie des machines à calculer le conduisent à envisager, avant même la mathématisation de la logique, ce que nous appelons aujourd'hui la Seconde Révolution Industrielle, qui se propose de remplacer certaines formes de travail mental par des machines. Sa réflexion dans ce domaine est en liaison étroite avec les travaux de l'École Algébrique Anglaise sur le caractère essentiellement symbolique des opérations.

2.1. Un précédent : R. Woodhouse et la logique propre des opérations

Au tournant du siècle, R. Woodhouse (1773-1827) est le premier en Angleterre à proclamer l'indépendance des méthodes algébriques à l'égard du raisonnement géométrique. Il affirme que ces méthodes ne sauraient être fondées que sur l'existence d'une logique propre aux pratiques opératoires, et non sur les analogies auxquelles les mathématiciens ont alors recours pour les justifier : analogie entre les opérations réalisées sur les quantités impossibles et certains résultats trigonométriques obtenus géométriquement⁵⁶, ou analogie entre l'opérateur différentiel et les symboles ordinaires⁵⁷ dans la manipulation des séries, qui font alors l'objet de nombreux travaux. La seconde d'entre elles, qui conduit à une économie très substantielle de moyens dans les démonstrations, prend une importance décisive au moment où l'adoption de la notation différentielle en Angleterre fait ressurgir la question des fondements.

Lagrange, en 1772, se référant à Leibniz et à Jean Bernoulli quant à l'origine de ses idées, utilise l'analogie opératoire entre les puissances et les indices de différentiation. Comparant le développement d'une fonction en série de Taylor :

$$u(z+x) = u(z) + \frac{du}{dz} x + \frac{d^2u}{dz^2} \frac{x^2}{2!} + \frac{d^3u}{dz^3} \frac{x^3}{3!}$$

avec la série qui définit l'exponentielle :

$$e^z = 1 + z + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^3}{3!} + \text{etc.}$$

⁵⁶ Playfair, J., "On the Arithmetic of Impossible Quantities", *Phil. Trans.*, 68, 1778, 318-43. Buée, A. Q., "Mémoire sur les Quantités Imaginaires", *Phil. Trans.*, 96, 1806, 23-88. Argand, R., "Réflexions sur la nouvelle théorie des imaginaires, suivies d'une application à un théorème d'analyse", *Annales de Mathématiques pures et appliquées*, 5, 1814-15, 197-209.

⁵⁷ Lagrange, J.L., "Sur une nouvelle espèce de calcul relatif à la différentiation et à l'intégration des quantités variables", *Nouveaux Mémoires de l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres*. 1772, *Oeuvres*, 3, 441-476. Arbogast, L.F.A., *Du Calcul des Dérivations*, Strasbourg, 1800. Servois, F.J., "Essai sur un nouveau mode d'exposition du calcul différentiel", *Annales de Mathématiques Pures et Appliquées*, 5, 1814-15.

Lagrange remplace z par $x \cdot du/dz$, en même temps qu'il identifie $\left(\frac{du}{dz}\right)^n$ et $\frac{d^n u}{dz^n}$ ce qui s'écrit :

$$u(z + x) - u(z) = e^{\frac{du}{dz} x} - 1.$$

Ce résultat suggère à Arbogast une méthode de séparation des symboles d'opération et des symboles de quantités. Il écrit δu à la place de $\frac{du}{dz}$, ce qui lui permet de séparer, au moins formellement, δ et u . Le théorème de Lagrange s'écrit alors :

$$\Delta u = (e^{x\delta} - 1) u \quad \text{et finalement} \quad \Delta^n u = (e^{x\delta} - 1)^n u$$

où u , qui désigne la fonction est séparé des symboles qui désignent la variable et l'opérateur⁵⁸

La spécificité de l'École Algébrique Anglaise s'inscrit dans cette primauté accordée à l'automatisme des opérations⁵⁹, et dans la recherche systématique d'une explicitation de leurs propriétés formelles, indépendantes de la quantité à laquelle elles s'appliquent. Woodhouse affirme le caractère essentiel de cette indépendance dans un style tout imprégné de la philosophie de Locke⁶⁰ :

"Algebra is a species of short-hand-writing, a language, or system of characters or signs, invented for the purpose of facilitating the comparison and combination of ideas.... A conclusion expressed by certain characters and signs, if general, must be true in each particular case that presents itself".

*"I (am) convinced in my own mind, that there can be neither paradoxes nor mysteries inherent and inexplicable in a system of characters of our own invention, and combined according to rules, the origin and extent of which we can precisely ascertain... Demonstration would be defined to be a method of showing the agreement of remote ideas by a train of intermediate ideas, each agreeing with that next it ; or, in other words, a method of tracing the connection between certain principles and a conclusion, by a series of intermediate and identical propositions, each proposition being converted into its next, by changing the combination of signs that represent it, into another shewn to be equivalent to it"*⁶¹.

Ainsi Woodhouse parie-t-il sur la nature essentiellement rationnelle des opérations de l'esprit lorsqu'il revendique comme gage de rationalité le caractère artificiel de ces inventions que sont les symboles. Et il l'exprime avec tant de force que cette conviction peut légitimement être considérée comme le cadre général du programme de recherche que développera l'École Algébrique Anglaise.

*"That the science of geometry was first invented is properly an accidental circumstance"*⁶².

⁵⁸ En France, F.J. Servois (1767-1847) surtout, mais aussi B. Brisson (1777-1828) et A.L. Cauchy (1789-1857), toujours à la recherche d'une légitimation du calcul différentiel, travailleront à expliciter les principes et à étendre les applications de telles écritures, où d/dx joue clairement le rôle d'un opérateur indépendant s'appliquant, de même que Δ , à une fonction. Mais les intéressants résultats ainsi obtenus en France ne donneront pas lieu au développement direct d'une idée de symbolisation de l'algèbre.

⁵⁹ Elle mettra l'accent sur le fait que seule la notation différentielle permet de mettre en évidence une telle analogie. La traduction de Lacroix sera assortie d'une suite de notes de Peacock, retraduisant les méthodes de Lacroix dans la notation différentielle. L'une de ces notes est entièrement consacrée au théorème de Lagrange.

⁶⁰ Durand, M.J., "Genèse de l'Algèbre Symbolique en Angleterre : une Influence Possible de John Locke", *Revue d'Histoire des Sciences*, 43, n°2-3, 1990, 129-80.

⁶¹ Woodhouse R., "On the Necessary Truth of certain Conclusions obtained by means of imaginary quantities", *Phil. Trans.*, 91, 1801, 89-120, p.90, p.93, p.107.

⁶² Woodhouse, R., "On the Independance of the Analytical and Geometrical Methods of Investigation, and on the Advantages to be Derived from their Separation", *Phil. Trans.*, 92, 1802, 85-125 ; p.86, p.7, p.9.

Une telle affirmation ne saurait être minimisée⁶³ dans un mémoire écrit par un professeur de Cambridge, où les mathématiques enseignées respectent scrupuleusement la forme géométrico-euclidienne des *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle* de Newton⁶⁴. Elle doit l'être d'autant moins que Peacock affirmera, en 1833, vouloir expliciter les principes de l'algèbre pour qu'elle puisse devenir un modèle aussi parfait que le furent les *Eléments* d'Euclide⁶⁵. Quoi qu'il en soit, ce sont bien les *Memoirs of the Analytical Society* qui marquent la naissance de l'École Algébrique Anglaise, dans la mesure où, en dépit de ses propres travaux, Woodhouse ne tentera pas d'imposer dans les faits la notation différentielle à Cambridge.

2.2. La tentation d'une algèbre symbolique

L'ambition de l'École Algébrique Anglaise n'est pas seulement politique. Elle participe d'une révolution symbolique essentielle, où l'opérateur prend le pas sur la structuration de l'espace et du mouvement⁶⁶ comme fondement des mathématiques. Lorsque Babbage⁶⁷ souligne à son tour la supériorité des méthodes analytiques dans l'expression de cette loi fondamentale de la nature qu'est la gravitation universelle, c'est avec l'idée déjà affirmée dans la préface des *Memoirs* de 1813 que son programme de recherche ne concernent absolument pas la dynamique, mais la pure analytique⁶⁸.

Des jeunes mathématiciens de la première génération de l'École Algébrique Anglaise, Peacock est celui qui va le plus loin dans la recherche⁶⁹ d'une légitimation de l'indépendance des opérations de l'algèbre. Il conçoit comme distinctes l'algèbre connue d'une part, qu'il appelle algèbre arithmétique, ou science de suggestion, et qui correspond au domaine numérique, même si ses résultats sont exprimés littéralement, donc au stade empirique de la découverte, et l'Algèbre Symbolique d'autre part, dont la logique propre s'exprime par un système de lois purement formelles, un "système de combinaisons de symboles arbitraires", c'est-à-dire "généraux, tant dans leur forme que dans leur valeur"⁷⁰, et auquel sont nécessairement soumises toutes les pratiques de l'algèbre connue. Cette algèbre supérieure porte au premier plan le caractère combinatoire d'un calcul qui travaille aussi bien sur des polynômes finis que sur des séries formelles. Mais, pour les raisons déjà invoquées, Peacock ne saurait fonder l'accès à ce "langage du raisonnement symbolique" que sur l'expérience. C'est pourquoi il n'imagine pas d'autres lois opératoires que celles de la pratique arithmétique. Et le double énoncé du "principe de permanence des formes équivalentes", qui garantit les conditions de ce transfert systématique des égalités de l'algèbre arithmétique aux équivalences de l'algèbre symbolique, traduit en même temps toute l'ambiguïté du travail de Peacock :

⁶³ Mr R. Rashed, au séminaire de l'équipe R.E.H.S.E.I.S. du 12 février 1991, remarquait qu'elle aurait été banale dans un mémoire de mathématiques écrit ou publié en France à la même époque.

⁶⁴ R. Woodhouse lui-même est fidèle à un tel enseignement, bien qu'il publie en 1803 *Principles of Analytical Calculation*, avec une préface où il argumente pour la défense de ces nouveaux principes

⁶⁵ Peacock, G., *Report on the recent progress and actual state of certain branches of analysis*, Cambridge, 1834, p.283.

⁶⁶ Elle cherche à fonder l'analyse, non pas sur la notion de limite comme le fait Cauchy en France à la même époque, mais sur l'idée lagrangienne de l'existence d'un développement en série formelle pour toute fonction, ainsi que sur les propriétés opératoires de ces séries.

⁶⁷ Babbage, C., "An Essay towards the Calculus of Functions", part II, *Phil. Trans.*, 106, 1816, 179-256, *Works*, 1, 124-93. Woodhouse, R., 1802, op. cit., p.121.

⁶⁸ Woodhouse se refusait à l'opposer au transcendant. Il l'envisageait donc déjà, comme le feront ses successeurs, comme une algèbre de l'infini. Ibid., note p.87.

⁶⁹ Peacock, G., *Treatise of Algebra*, Cambridge, 1830 ; et "A Report on the Recent Progress and Actual State of certain branches of Analysis", *Proceedings of the B.A.A.S.*, 1833, 185-351, qui fera l'objet d'une publication séparée en 1834.

⁷⁰ Ibid., p.194, p.208.

"(A) : Whatever form is algebraically equivalent to another when expressed in general symbols, must continue to be equivalent, whatever those symbols denote."

"(B) : Whatever equivalent form is discoverable in arithmetical algebra considered as the science of suggestion, when the symbols are general in their form, though specific in their value, will continue to be an equivalent form when the symbols are general in their nature as well as their form"⁷¹.

Peacock explicite donc lui aussi la conviction de l'existence d'une structure universelle garantissant la validité des connaissances acquises, une validité qui réside dans la généralité des formes obtenues, et dont l'énoncé (A) affirme la prééminence logique. C'est lui qui signe la domination du champ empirique par le champ théorique, qui garantit la rationalité des procédures opératoires empiriquement mises en oeuvre au sein de l'algèbre arithmétique. Peacock veut concilier approche génétique et conception finaliste de la connaissance⁷² : une approche génétique, qui l'autorise à ne donner dans ses ouvrages aucune présentation axiomatique de l'Algèbre Symbolique, puisque ses formes générales doivent être progressivement abstraites de celles de l'Algèbre Arithmétique ; et une conception finaliste qui est la seule à pouvoir valider l'énoncé (B). Prisonnier de cette conception génético-finaliste de la science, Peacock ne saurait accepter quelque constructivisme que ce soit. Il se doit d'éviter la rupture épistémologique qui lui permettrait d'assumer la liberté du mathématicien comme créateur d'un langage formel. Le soin qu'il prend à exclure l'analogie de la légitimation des résultats acquis correspond à l'affirmation systématique de la primauté ontologique du déductif sur l'inductif :

"The operations and resulting forms in Arithmetic and Geometry, expressed in symbols, bear a strict analogy to operations bearing the same names, and to the forms resulting similarly from them in algebra, where the symbols are perfectly general : but it is by the law of permanence of equivalent forms, and not to analogy, that we are enabled to pass from one to the other : it is only so far, therefore, as Analogy may be considered as a modified expression of this law, that we are legitimately enabled to generalized conclusions deduced by means of it" ⁷³.

Au moment même où W.R. Hamilton (1805-1865) produit les quaternions⁷⁴, les mathématiciens de l'École Algébrique Anglaise ne sauraient, quant à eux, concevoir qu'une structure qui ne déroge pas à leurs présupposés métaphysiques. Tel est le rôle de cette Algèbre Symbolique supposée logiquement englobante, qui doit servir de cadre universel de rationalité à l'ensemble des pratiques opératoires descriptibles analytiquement.

Peacock, tuteur à Trinity College jusqu'en 1836, puis professeur jusqu'en 1839, exercera une influence majeure sur ses étudiants, notamment sur A. de Morgan (1806-71) et D.F. Gregory (1816-44). Tous deux développeront les conceptions de Peacock tout en en cernant mieux les limites, ce qui les conduira à concevoir l'éclosion de cette algèbre symbolique universelle en structures opératoires spécifiques. G. Boole lui-même (1815-64), qui correspond avec Gregory pour la publication de ses articles, n'ignore en rien ce débat sur la nature du symbolisme en mathématiques, que traverse un affrontement d'importance nationale entre

⁷¹ Ibid., p.194. Il est difficile de lire aujourd'hui ce double principe de permanence sans se référer implicitement à la théorie des ensembles. De ce strict point de vue, cette double proposition apparaît comme fort contestable. L'énoncé (A) peut en effet se traduire par : toute propriété vraie en Algèbre Symbolique est également vraie en Algèbre Arithmétique, ce qui peut être facilement admis si la première est considérée comme incluant la seconde. Mais alors, la seconde partie du principe, réciproque de la première, apparaît comme absolument fausse. On peut alors vouloir "réhabiliter" G. Peacock, en considérant cet aspect du principe de permanence comme une anticipation du principe de Lefschetz, principe de transfert légitimé par une propriété topologique : si une propriété est vraie sur une partie partout dense, elle l'est également sur son adhérence. Mais c'est là une lecture téléologique, une interprétation rétrohistorique du travail de G. Peacock.

⁷² Durand, M.J., 1990, op. cit.

⁷³ Peacock, G., *A Treatise of Algebra*, Cambridge, 1830, p.184.

⁷⁴ Hamilton, W.R., *Lectures on Quaternions*, Dublin, 1853. Il en annonce la découverte à la *Royal Irish Academy* en 1843. Peacock rééditera son propre *Traité d'Algèbre* en deux volumes, en 1842-45.

mathématiques et scolastique comme fondements de la connaissance, ainsi qu'entre Universités et Collèges, pour la maîtrise idéologique de l'enseignement des nouvelles élites.

2.3. Babbage et le symbolisme mathématique

Dans toutes ses recherches mathématiques, Babbage est véritablement fasciné tant par le caractère unificateur de l'analyse des propriétés opératoires que par l'immense pouvoir de découverte de l'écriture algébrique. Côté formalisme, il souligne dès 1813 le rôle historique joué par les développements en série dans l'organisation du calcul formel, et joue déjà en virtuose de la méthode des différences finies et de la possibilité de substitution des variables dans de tels calculs⁷⁵. Côté heuristique, Babbage affirme vouloir développer la théorie de l'invention dont F. Bacon déplorait l'absence deux siècles plus tôt :

*"Attentively to observe the operations of the mind in the discovery of new truths, and to retain at the same time those fleeting links, which furnish a momentary connection with distant ideas, the knowledge of whose existence we derive from reason rather than from perception, are the objects in whose pursuit nothing but the most patient assiduity can expect success. Powerful indeed, must be the mind, which can simultaneously carry on two processes, each of which requires the most concentrated attention. Yet these obstacles must be surmounted, before we can hope for the discovery of a philosophical theory of invention ; a science which Lord Bacon reported to be wholly deficient two centuries ago, and which has made since that time but slight advances"*⁷⁶.

Après les élans quasi mystiques de *the Analytical Society*, proclamant le calcul différentiel comme "vraie foi"⁷⁷, le double mémoire de Babbage sur le calcul des fonctions apparaît à ses contemporains comme la "véritable métaphysique" des mathématiques⁷⁸ et en fait l'inventeur du calcul fonctionnel comme branche particulière de cette discipline. L'idée d'un tel calcul est issue du problème posé par la détermination des fonctions arbitraires dans la résolution des équations aux dérivées partielles, c'est-à-dire de fonctions remplissant des conditions données⁷⁹. Babbage présente la question en soulignant son analogie avec la résolution des équations ordinaires :

*"If an unknown quantity as x , be given by means of an equation, it becomes a question how to determine its value ; similarly if an unknown function as Ψ , be given by means of any functional equation, it is required to assign its form. In the first case, it is quantity which is to be determined ; in the second, it is the form assumed by quantity, that becomes the subject of investigation. In the one case, the various powers of the unknown quantity enter into the equation ; in the other, the differents orders of the function are concerned"*⁸⁰.

Babbage fonde son calcul sur l'utilisation de la notation fonctionnelle : $fS(n)(x) = f(fS(n-1)(x))$, qu'il envisage aussi pour des exposants négatifs, voire fractionnaires ou imaginaires, et l'étend aux cas des fonctions à plusieurs variables : $PS(2.1)(x,y) = P[P(x,y),y]$. L'audace de ses méthodes s'appuie principalement sur les analogies qui lui permettent, grâce à ce symbolisme, de transférer aux équations fonctionnelles certaines des méthodes de résolution des

⁷⁵ Babbage, C., 1813, op. cit., *Works*, 1.

⁷⁶ Ibid., Préface anonyme, p. xxi, *Works*, 1, p.59.

⁷⁷ Lettre de Bromhead, à Babbage, *British Library*, Additionnal Manuscripts 37 182, f 13, déc. 1813. Durand, M.J., 1985, op. cit., p.165, p.207.

⁷⁸ Lettre de recommandation de Peacock pour Babbage postulant à la chaire de mathématiques d'Edinburgh en 1819. *British Library*, Add. Mss. 37 182, f 155.

⁷⁹ Herschel, J.F.W., "Equations of Differences, and their Application to the Determination of Functions from given conditions", *Memoirs of the Analytical Society*, Cambridge, 1813, 64-125, p.90.

⁸⁰ Babbage, C., "An Essay towards the Calculus of Functions", *Phil. Trans.*, 105, 1815, 389-423, p.390, *Works*, I, 93-123, p.93.

équations différentielles, ou des équations aux différences finies⁸¹. Ses manipulations y sont essentiellement formelles, et guidées par l'idée que ce calcul généralisé puisse inclure tous les problèmes susceptibles d'une formulation analytique. Elles prolongent les mémoires de Herschel⁸² de 1813, qui procédaient à l'unification des notations relatives aux fonctions inverses grâce à l'analogie entre indices fonctionnels et exposants. L'un et l'autre présupposent l'idée d'une permanence de la forme⁸³.

Ses autres articles sur les signes et la notation mathématique⁸⁴ innovent beaucoup moins qu'ils ne présentent une analyse de ces processus d'invention. Il ne se réfèrent pas seulement aux méthodes analytiques, mais à l'étude *Des Signes et de l'Art de Penser* de Degerando, ainsi qu'aux *Elements of the Philosophy of the Human Mind* de D. Stewart. S'attardant sur les analogies qui le guident, et qui président à la formation du langage, qu'il soit mathématique, vulgaire ou hiéroglyphique, Babbage tend à conserver l'idée d'un lien suggestif entre le signe et ce qu'il représente, en même temps qu'il insiste sur les trois étapes de résolution d'un problème, à savoir 1) la traduction des données du problème dans le langage de l'analyse, 2) la manipulation analytique du système d'opérations obtenu, 3) la retraduction des résultats dans le langage ordinaire⁸⁵.

Quant aux mémoires moins spécifiques⁸⁶, ils sont toujours l'occasion de recherches originales. Sa méthode de sommation horizontale et verticale des séries⁸⁷, explorée en 1812 et reprise par Herschel en 1813, en fournit un premier exemple. Mais son mémoire sur les probabilités est bien plus caractéristique⁸⁸. Il y explore l'utilisation des racines de l'unité pour

représenter des variables aléatoires. C'est ainsi que, si $S_a = \frac{\alpha^a + \beta^a + \gamma^a + \dots}{k}$, où α, β, γ sont les racines k èmes de l'unité, l'expression $P_n = n_1 S_a + n_2 S_{a+1} + \dots + n_k S_{a+k-1}$ peut prendre

⁸¹ Son mémoire de 1817 situe les différents niveaux d'intervention de ces analogies inventives : entre une algèbre traitant des degrés de grandeurs et un calcul des fonctions traitant des degrés de forme, entre le calcul fonctionnel et des équations différentielles ou aux différences, entre les puissances d'un nombre et la notation fonctionnelle, entre la structure des racines de l'unité et celle des solutions de l'équation fonctionnelle $Y^{\text{SUP}3(n)}x=x$. Babbage, C., "On the Analogy which subsists between the Calculus of Functions and other Branches of Analysis", *Phil. Trans.*, 107, 1817, 197-216, *Works*, I, 216-30.

⁸² Herschel, J.F.W., "On trigonometrical Series, particularly those whose terms are multiplied by the tangents, cotangents, secants", &c, "of Quantities in Arithmetical Progression, together with some singular Transformations", *Memoirs of the Analytical Society*, Cambridge, 1813, 33-63.

⁸³ Ibid., note 1 ; Babbage, 1813, op. cit., préface, p.viii, *Works*, 1, p.46.

⁸⁴ Babbage, C., "Observations on the notation employed in the calculus of functions", *Trans. of the Camb. Phil. Soc.*, 1822, 63-76, *Works*, 1, 344-54 ; "On the influence of signs in mathematical reasoning", *Trans. of the Camb. Phil. Soc.*, 1827, 325-77, *Works*, 1, 371-408 ; "On notation", *Edinburgh Encyclopaedia*, 15, 1830, 394-9, *Works*, 1, 409-24.

⁸⁵ Babbage, 1827, op. cit., p.346-8, *Works*, 1, p.386-8. A.Q. Buée les avait lui-même envisagées dans son "Mémoire sur les quantités imaginaires", op. cit.

⁸⁶ Babbage est aussi l'auteur de trois articles de géométrie, qu'il traite selon des procédures analytiques et en résolvant des équations algébriques.

⁸⁷ Babbage, C., "On some new methods of investigating the sums of several classes of infinite series", *Phil. Trans.*, 109, 1819, 249-82, *Works*, 1, 248-78 ; "On the Determination of the General Terms of a new Class of Infinite Series", *Trans. of the Camb. Phil. Soc.*, 2, 1827, 217-25, *Works*, 1, 61-8.

⁸⁸ Babbage, C., "An account of Euler's method of solving the sums of several classes of infinite series", *Phil. Trans.*, 1819, *Works*, 1, "An examination of some questions connected with Games of Chance", *Trans. of the Royal Society of Edinburgh*, 9, 1821, Part 1, 153-77, *Works*, 1, 327-43. Un problème de ce genre est également posé dans le chapitre "Of questions requiring the invention of new modes of analysis" du manuscrit *The Philosophy of Analysis*.

l'une quelconque des valeurs $n_1, n_2, \dots, n_k$, puisque S_{1-a} est toujours nul, sauf si a est multiple de k , où alors $S_a = 1$, ce qui n'a lieu que pour un seul des S_{a+i} de cette expression⁸⁹.

Dans tous ses mémoires publiés, Babbage met donc sa virtuosité inventive au service d'une exploration systématique des possibilités du symbolisme algébrique, sous-tendue par cette réflexion constante sur la notation qui sera un élément majeur de créativité dans son travail sur les machines. Quant à sa propre conviction d'une structuration symbolique des opérations, tout se passe comme s'il avait abandonné à Peacock le soin de spécifier mathématiquement les conditions de cette subordination du particulier au général, du fini à l'infini, et du réel au symbolique, c'est-à-dire finalement de l'empirique au déductif. Les distinctions essentielles que Peacock explicite⁹⁰ en 1830 sont en effet présentes dans le manuscrit⁹¹ de Babbage sur la *Philosophy of Analysis*, à tel point que J.M. Dubbey a pu parler d'une assimilation inconsciente du travail de l'un par l'autre⁹². Il s'agit en fait d'une réflexion menée en commun⁹³ depuis 1813. Alors que sa situation institutionnelle conduit Peacock à expliciter et à publier la généralité des principes, Babbage préfère se consacrer librement à la recherche de propositions nouvelles qui sont, comme il l'affirme, plus difficiles à découvrir qu'à démontrer, et s'attache à distinguer les processus de généralisation, d'induction et d'analogie. Il caractérise la généralisation comme l'aboutissement de l'opération mentale d'abstraction, tandis qu'il traite l'analogie et l'induction comme des moyens d'y parvenir. L'analogie est censée correspondre à un transfert de principes et de modes opératoires qui ne suppose pas un rapport d'inclusion tel que celui qui existe entre particulier et général.

Là où Babbage affirme avec le plus de force cette conviction profonde du mouvement analytique, c'est dans son *Ninth Bridgewater Treatise*, qu'il écrit pour réaffirmer contre Whewell que la liberté du mathématicien ne s'oppose en rien au respect de l'oeuvre divine, et contre Hume que le pragmatisme ne saurait seul suffire à légitimer la connaissance. Il y utilise à la fois les singularités de certaines courbes mathématiques, et le fonctionnement de ses propres machines, pour démontrer qu'un événement apparemment exceptionnel peut relever d'une loi que l'immédiateté des perceptions humaines ne permet pas d'appréhender, et plus généralement que les miracles ne dérogent en rien à l'existence d'une loi divine d'ordre rationnel. Il y affirme avec force que :

Feeling convinced that the truth of Natural Religion rest on foundations far stronger than those of any human testimony ; that they are impressed in indelebile characters, by almighty power, on every fragment of the material world, I cannot but regret that reflections should have been made, in connexion with this subject, calculated to throw the least shadow of doubt on evidence otherwise irresistible....

*"The apparent law in which the spectator arrived at, by an almost unlimited induction, is not the full expression of the law by which the machine acts ; and ... the excepted case is as absolutely and irresistibly the necessary consequence of its primitive adjustment, as in any individual calculation amongst the countless multitude"*⁹⁴.

⁸⁹ Babbage, C., 1821, op. cit., *Works*, 340-41.

⁹⁰ Principalement la distinction entre égalité arithmétique et équivalence formelle, l'idée d'une permanence de la forme, ainsi que le caractère fondamental de l'analyse comme méthode, et de l'algèbre comme contenu des mathématiques. Peacock, G., 1834, op. cit., p.233-34.

⁹¹ Certaines parties en ont été publiées sous forme d'articles, qui toutes correspondent à sa démarche inventive ou à une réflexion portant directement sur la notation : 1827, op. cit., *Works*, 1 ; "On notation", op. cit., 1830, *Works*, 1, 409-24.

⁹² Dubbey, J.M., *The Mathematical Work of Charles Babbage*, Cambridge, 1978, ch. 5.

⁹³ Peacock lira ou corrigera souvent des manuscrits d'articles ou de mémoires pour Babbage comme pour Herschel. Correspondance entre Babbage et Peacock, *British Library*, Add. Mss. 37182, f 188-192, f 371, f 411. *Trinity College Library*, Add. Mss. b 49. Durand, M.J., 1985, op. cit., p.206.

⁹⁴ Babbage, C., *The Ninth Bridgewater Treatise*, London, 1837, p.xv, p.98, *Works*, 9.

Ainsi, trop attachés à la théologie naturelle, et à la garantie qu'elle leur offre d'une harmonie naturelle capable de juguler les débordements sociaux et de structurer l'imagination humaine pour en contrôler les effets, ni Babbage ni Peacock ne parviendront à assumer la libre production de lois nouvelles garantissant la cohérence logique des plus récentes avancées du symbolisme. Les mathématiques qu'ils conçoivent sont gouvernées par des lois symboliques que les procédés empiriques ne font que révéler, mais qui n'en dépendent pas. Il n'empêche qu'une part essentielle de la réflexion de l'École Algébrique Anglaise porte sur la structure des démarches inventives, et que Babbage développe là une pensée d'une richesse incontestable.

3. BABBAGE ET LA MATÉRIALISATION DU CALCUL SYMBOLIQUE

Dès sa création en 1820, la *Royal Astronomical Society*, qui doit prendre en charge l'amélioration du *Nautical Almanach*, confie à Herschel et Babbage⁹⁵ la préparation de tables astronomiques et logarithmiques, dont la précision est alors entachée de nombreuses erreurs de calcul et de copie⁹⁶. Son discours inaugural annonce un programme de recherche explicitement fondé sur ce principe de la division du travail que la Révolution Industrielle rend chaque jour plus efficient. C'est lui qui doit permettre de gérer la collection et la classification des informations destinées à l'astronomie, qui reste cette "branche la plus sublime de la connaissance humaine"⁹⁷ puisqu'elle permet d'accéder aux lois naturelles qui gouvernent le système solaire en même temps qu'elle est essentielle aux intérêts nationaux de la navigation. Cherchant à mécaniser le calcul et l'impression de ces tables pour y éliminer au maximum le recours aux interventions humaines⁹⁸, et à réduire le temps et les coûts de fabrication, Babbage va conjuguer l'idée de division du travail, qu'il applique à la décomposition des opérations, tant mécaniques que mentales, et celle de séparation des symboles d'opération de ceux de quantité, que la structure de ses machines permet de concrétiser.

3.1. Babbage et la machine aux différences

a. Son principe

Le calcul des tables est fondé sur la méthode des différences finies. Celle-ci s'appuie sur le fait que les différences secondes des nombres naturels sont nulles :

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
		0	0	0	0	0	0	0	0

que les différences troisièmes des nombres carrés sont nuls :

0	1	4	9	16	25	36	49	64
	1	3	5	7	9	11	13	15
		2	2	2	2	2	2	2
			0	0	0	0	0	0

⁹⁵ Même s'il fait appel dans son autobiographie de 1864 à quelques souvenirs de 1812 et 1819.

⁹⁶ Babbage, C., "Notice respecting some errors common to many tables of logarithms", *Memoirs of the Astronomical Society*, 3, 1827, 65-7, *Works*, 2, 69-71 ; Babbage publiera lui-même des tables logarithmiques qui serviront de référence pendant de nombreuses années : *Tables of logarithms of the natural numbers, from 1 to 108,000*, London, 1827, *Works*, 2, 72-107.

⁹⁷ *Memoirs of the Astronomical Society*, vol. 1, 1821, p.3.

⁹⁸ Babbage se livrera également à de nombreuses recherches sur les procédés d'impression automatique des résultats, auquel il consacre d'ailleurs le chapitre XI de son ouvrage sur l'économie des machines et des manufactures.

et que les différences $(n+1)$ ième des valeurs successives d'un polynôme de degré n sont nulles, les différences nièmes restant constantes. Plus généralement, pour toute fonction développable en série de Taylor, il existe un intervalle sur lequel une telle propriété est vraie, à une approximation près bien sûr, mais quelle que soit cette approximation⁹⁹. Cette méthode permet donc, inversement, d'obtenir les valeurs successives d'une fonction par des suites d'additions, une fois connues la valeur de la dernière différence non nulle, ainsi que les premières valeurs des différents ordres de différence et le développement en série qu'on se propose d'utiliser. L'équation aux différences $\Delta u_n = 0$ donne par exemple une approximation des fonctions logarithmes, satisfaisante pour les 10 premiers chiffres¹⁰⁰.

Chargé de recalculer toutes les tables trigonométriques pour l'astronomie - travail colossal - au moment où la Révolution Française tente d'imposer l'adoption du grade dans le système métrique, M. de Prony s'était de son propre aveu inspiré du principe d'A. Smith et de la méthode des différences finies, et avait constitué 3 sections : la première formée de 5 ou 6 grands mathématiciens, et chargée de trouver l'expression analytique la plus adéquate au calcul numérique ; la seconde, formée de 7 ou 8 personnes connaissant assez bien les mathématiques, et chargée de convertir en nombres les formules choisies par la première section ; et la troisième, formée de 60 à 80 personnes, recevant les nombres de la deuxième section, et chargée de lui retourner les tables après avoir effectué les suites d'additions ou de soustractions imposées par la méthode¹⁰¹.

b. Sa réalisation et ses prolongements

La machine aux différences de Babbage mécanise le travail de la troisième section. Chaque ordre de différence, ainsi que la fonction elle-même, se trouve matérialisé par une colonne de roues dentées dont chacune porte un chiffre. Chaque colonne peut donc recevoir un nombre qui correspond à la valeur de son ordre. Le mécanisme, actionné par une manivelle située horizontalement sur le dessus de la machine, assure le transfert, c'est-à-dire l'addition des valeurs d'une colonne sur l'autre.

Outre un modèle de démonstration réalisé en 1822, qui travaillait sur deux ordres de différences et des nombres à 6 chiffres, Babbage conçoit et réalise à partir de 1823 un modèle¹⁰² dont une partie est assemblée en 1833. Mais sa réalisation n'ira pas plus loin, et le débat reste ouvert quant aux causes de cette interruption. Bien sûr, la difficulté d'obtenir du gouvernement¹⁰³ un financement plus régulier et plus conséquent pour un projet techniquement et conceptuellement aussi neuf, comme la brouille avec le constructeur, l'ingénieur J. Clément, au sujet de sa rétribution et de la propriété des outils et des machines qu'il a fallu construire pour mettre au point la machine aux différences, ont créé d'indéniables difficultés, mais la versatilité de Babbage, toujours à l'affût d'un projet ou d'une idée nouvelle, me semble avoir constitué un handicap tout aussi considérable¹⁰⁴. Quoi qu'il en soit, ce premier modèle est abandonné définitivement en 1842. La partie assemblée en est confiée au musée du King's College de

⁹⁹ Weierstrass démontrera en 1865 que cette propriété est vraie pour toute fonction continue.

¹⁰⁰ Lacroix, S.F., *Traité de Calcul différentiel et du calcul intégral, Partie III : Des différences et des Séries*, Paris, 2^{ème} éd., 1810-19, p.13.

¹⁰¹ De Prony remarquait déjà que les résultats étaient d'autant plus corrects que ceux qui les effectuaient, des perruquiers ruinés par la Révolution, étaient plus ignorants des mathématiques. Babbage, C., 1832, op. cit., *Works*, 8, ch. XX, p.136-8.

¹⁰² C'est ce modèle qui lui vaut la médaille d'or de la *Royal Astronomical Society* en 1823. Babbage's Add. Ms. 37183. 39. British Library. London.

¹⁰³ Celui-ci a néanmoins versé 17000 £ entre 1823 et 1833.

¹⁰⁴ En 1855, l'imprimeur suédois G. Scheutz et son fils a en effet réalisé une machine aux différences, à partir de la description faite par Lardner en 1834. Elle sera vendue aux Etats-Unis, et une copie réalisée par Donkin pour le gouvernement anglais servira à établir des tables de recensement. Hyman, A., op. cit., p.239-41.

Londres à Somerset House en 1843, puis au musée des Sciences et Techniques de South Kensington en 1864. Elle ne dispose que de deux ordres de différences travaillant sur des nombres de 10 chiffres, et fonctionne encore parfaitement aujourd'hui¹⁰⁵. Sur le plan technique, c'est donc une réalisation technique d'une précision remarquable, qui contribue directement à améliorer les critères de précision pratiqués dans l'industrie¹⁰⁶. Constituée de pièces interchangeables pouvant être fabriquées séparément, comme celle qui a servi à la construction de l'arsenal de Portsmouth, elle représente en outre un stimulant formidable pour le développement des machines-outils. Profitant des innovations nées de son travail sur la machine analytique, entrepris en 1834, et de ces avancées techniques auxquelles il participe, Babbage propose, entre 1847 et 1849, les plans d'une seconde machine aux différences, que le Science Museum de Londres vient de faire construire pour la célébration du bicentenaire de sa naissance¹⁰⁷.

c. *Appréciation des performances de la machine aux différences*

Au moment où se trouvent abordés les problèmes de nomenclature et de formalisation du langage scientifique, non seulement par *The Analytical Society*, mais pour d'autres domaines scientifiques alors en plein essor¹⁰⁸, Babbage produit une notation mécanique¹⁰⁹ qui donne plus de force encore à ses conceptions, fournissant un système de représentation pour les différentes parties de la machine, selon qu'elles sont fixes ou mobiles, ainsi que pour le déroulement des opérations. Elle est en même temps une méthode d'investigation qui aide Babbage à résoudre directement certains problèmes de construction¹¹⁰. Seul le remplacement des équipements mécaniques par des systèmes électromagnétiques qui s'est rapidement imposé dans l'industrie a conduit à négliger l'intérêt d'une telle représentation, la plus puissante avant celle qui découlera de l'algèbre booléenne.

Mais cette machine frappe d'autant plus l'imagination de ses contemporains que certaines modifications, intervenues au cours de sa réalisation, lui confère des possibilités que son inventeur lui-même n'avait pas prévues. Elle possède une latitude d'action tout à fait insolite pour un appareillage mécanique, à laquelle Babbage se réfère abondamment dans son *Ninth Bridgewater Treatise*. Plus encore, elle est capable de fournir, à partir d'une suite de valeurs de la variable, une suite de valeurs pour une fonction dont la forme analytique n'est pas nécessairement connue. Un tel court-circuit dans la connaissance d'une loi générale renforce de

¹⁰⁵ Les plans prévoyaient de travailler sur des nombres à 16 chiffres avec six ordres de différences. Le modèle réalisé est propriété du gouvernement depuis 1830. Voir plans n°1 et 2. *Babbage drawings*, Science Museum Library, South Kensington, London.

¹⁰⁶ Lorsque l'ingénieur J. Whitworth, qui travaille aussi pour Babbage, installe ses propres ateliers à Manchester en 1833, on travaille au 1/8^{ème} ou au 1/16^{ème} d'inch. Lui-même arrive avec une règle au 1/32^{ème}. En 1865, on travaillera au 1/10000 d'inch. Hyman, op. cit., p.231.

¹⁰⁷ Babbage en avait offert les plans au gouvernement en 1852, mais sans succès. Cette seconde machine travaille sur des nombres à 30 chiffres pour sept ordres de différences. Elle est formée de 4000 pièces, pèse 3 tonnes, mesure 11 pieds de long, 7 pieds de haut, et 18 inches de profondeur. Swade, D., "Building Babbage's dream machine", *New Scientist*, 1775, 29 juin 1991, 37-9.

¹⁰⁸ Notamment en chimie et en cristallographie. On peut noter par exemple le mémoire de Whewell, W., "On the classification of crystalline combinations and the canons by which their laws of derivation may be investigated", *Trans. of the Camb. Phil. Soc.*, 2, 1827, 391-425, ainsi que le débat qu'il ouvre avec Malthus en 1833 au sujet des définitions que donne celui-ci en économie politique. Whewell, W., "English Adjectives", *Philological Museum*, 1, 1832, 359-372 ; et "On the use of definitions", *ibid.*, 2, 1833, 263-272. Herschel aborde également la question du langage de la science dans *A Preliminary Discourse on the Study of Natural Philosophy*, London, 1831.

¹⁰⁹ Babbage, C., "On a method of expressing by signs the action of machinery", *Phil. Trans.*, 116, 1826, 250-65, *Works*, 3, 209-23; *Laws of mechanical notation*, London, 1851, *Works*, op. cit., 3, 224-8.

¹¹⁰ Lardner, D., op. cit., p.315-6, *Works*, 2, p.173-4.

fait la référence de principe à la loi : comme dans l'analyse des analogies opératoires entre signes, un tel phénomène est interprété comme l'existence d'une loi préalable encore inconnue, que le calcul mécanique permet justement de matérialiser. La légalité mécanique supplée provisoirement à la légalité analytique pour conférer aux tables ainsi obtenues l'honorabilité mathématique¹¹¹.

Du coup, Babbage et Lardner vont affirmer que cette machine aux différences peut effectuer toute espèce de calcul, ce qu'il faut entendre comme toute espèce de calcul arithmétique. De fait, la machine aux différences peut traiter toute fonction récursive primitive, dont on peut établir la calculabilité par machine. En effet, une fonction f définie sur une partie de l'ensemble $\mathbb{IN}$ des entiers et à valeurs dans $\mathbb{IN}$ est dite calculable au moyen de l'algorithme ou de la machine M si M , appliqué à un entier x quelconque, fournit la valeur $f(x)$ en un nombre fini d'étapes, ou bien, lorsque x n'est pas dans le domaine de f , si M tourne indéfiniment¹¹². Une fonction récursive primitive peut être définie à partir d'un stock initial de fonctions, au moyen de la composition des fonctions, et d'un schéma de récurrence - ou de récursion primitive - tel que les définitions inductives des différents ordres de différences. Prouver que les fonctions récursives primitives sont calculables par machine consiste à montrer que les fonctions du stock le sont, et que l'utilisation des schémas de composition et de récurrence conserve la calculabilité par machine. Et le travail de Babbage revient à montrer qu'une fonction calculable par la méthode des différences peut être obtenue en combinant les définitions inductives des différences et des compositions de fonctions, les fonctions du stock étant les fonctions constantes et l'addition, qui est elle-même une fonction récursive primitive¹¹³.

3.2. Babbage et la machine analytique

C'est la réflexion sur le type d'équations résolues par la machine aux différences qui va conduire Babbage à en modifier progressivement les plans, jusqu'à concevoir une séparation plus radicale encore des fonctions opératoires. Si des calculs simples tels que $\Delta^2 u_z = 2$ conviennent parfaitement à la structure linéaire d'une machine dont les axes à chiffres sont parallèles dans un même plan, la résolution d'équations telles que $\Delta^2 u_z$ est le chiffre des unités de u_{n+1} ou $\Delta^2 u_z = a.u_{z+1}$ nécessitent, si on veut éviter toute intervention humaine, une liaison entre la colonne de la fonction et la colonne de la dernière différence. Pour ce faire, Babbage envisage une structure circulaire, qui permet de faire intervenir le résultat obtenu sur les nouveaux calculs de la machine, donc de mettre en oeuvre ce principe de rétroaction qui deviendra tellement essentiel à l'automatisation et à la pensée cybernétique. C'est d'autre part la question des retenues qui conduit Babbage à penser en termes de mémoire. Pour que la machine calcule rapidement, il veut que les retenues soient effectuées simultanément, donc d'abord stockées. Mais la complexité même de ce mécanisme des retenues interdit qu'il soit reproduit à tous les étages de la machine¹¹⁴, et Babbage parvient ainsi à l'idée d'un mécanisme arithmétique unique et central, accomplissant directement l'une quelconque des quatre opérations, dans un ordre indiqué par un organe de commande.

¹¹¹ Mosconi, J., "Charles Babbage : vers une théorie du calcul mécanique", *Revue d'Histoire des Sciences*, XXXV, n°1, 1983, 69-107

¹¹² D. Andler : "Progrès en situation d'incertitude", *Le Débat*, n° 47, p.5-25.

¹¹³ Mosconi, J, op. cit.

¹¹⁴ Dans les années 1840-50, Babbage envisagera d'utiliser des équipements électriques ou électromagnétiques, au moment où Wheatstone construit son télégraphe électrique. Mais ces équipements ne donnent pas alors des mécanismes suffisamment sûrs pour pouvoir garantir l'exactitude des calculs. Hyman, A., op. cit., p.171-2, p.227.

L'essentiel de la machine analytique réside, non pas dans sa réalisation, puisque seulement une partie de l'unité de calcul a été assemblée, mais dans la nouveauté de ses conceptions. Les plans réalisés par Babbage entre 1834 et 1871 avec l'aide du dessinateur Jarvis, ainsi que les pages de notation mécanique qui les accompagnent, donnent à voir une séparation des plus poussées entre les différentes fonctions opératoires, chacune étant matérialisée par une partie spécifique de la machine, à laquelle Babbage attribue des noms directement empruntés au vocabulaire des manufactures.

a. *La mémoire (The Store)*¹¹⁵

C'est là que sont placées toutes les variables, aussi bien celles sur lesquelles on va calculer, que celles qui résultent des opérations. Elle est composée d'axes verticaux (figure axes) munis de roues à chiffres, qui doivent emmagasiner les nombres correspondants. La valeur d'une variable est de fait portée sur deux axes, afin qu'elle puisse être prélevée sur l'un pour le calcul et conservée sur l'autre. Sa version minimale comporte 4000 roues élémentaires avec 40 roues par axe, c'est-à-dire 40 chiffres par nombre, et donc 100 axes en tout. Il aurait fallu 100000 roues pour 1000 axes doubles de 50 chiffres. Tous les nombres, qu'ils soient fractionnaires ou irrationnels, sont représentés par des fractions décimales, une roue spéciale permettant d'indiquer la place de la virgule. Ces axes sont disposés le long d'un râtelier ("rack") où de longues crémaillères acheminent chaque nombre jusqu'à l'unité centrale de calcul. Un transfert analogue a lieu dans l'autre sens après le calcul, sur des crémaillères différentes. Ces transferts sont dirigés par une carte perforée insérée dans un cadre situé sous la roue la plus basse, et qui désigne la nature de cette variable¹¹⁶.

b. *L'unité de calcul (The Mill)*

C'est l'unité arithmétique où sont effectuées les opérations. Chaque calcul y est notifié par une suite d'instructions, donnée par une suite de cartes perforées, qui établit une correspondance entre langage mécanique et langage mathématique. Les axes du Moulin, répartis circulairement, assurent les différents types d'opération. Les trois axes A, 'A, "A sont des axes à chiffres qui assurent les multiplications et divisions par 10. A et 'A sont eux-mêmes couplés, et "A est placé près du Magasin dont il commande l'accès. Les trois axes F, 'F, "F sont les axes de report pour les additions. Les neuf axes F_i constituent une table de multiplication, et un appareillage de sélection de ces multiplications est situé sous ces axes F_i .

c. *Le dispositif de contrôle*

Il gère les opérations à effectuer dans l'unité de calcul. Il est constitué des 3 cylindres B, formés chacun de plusieurs dizaines de disques enfilés sur un même axe, chaque disque pouvant recevoir 4 ergots ou pignons. Chaque cylindre possède ainsi entre 200 à 400 positions pour codifier les instructions de traitement des opérations. La position des ergots sur chaque cylindre, ainsi que la rotation de chaque cylindre sur son axe, et leur mouvement d'avancée ou de recul latéral, permettent de dicter la nature des opérations à effectuer, et le moment de leur intervention. Le mouvement d'un tel cylindre peut commander l'entrée ou la sortie d'un nombre de l'axe d'entrée dans le Moulin, ou faire avancer une carte, qu'elle soit de variable ou d'opération, ou faire tourner ce cylindre, ou un autre, sur son axe. Les mouvements de rotation sont assurés par un "appareil de réduction" situé à l'arrière de chaque cylindre.

¹¹⁵ Voir plan n°3. *Babbage drawings*, Science Museum Library, South Kensington. London. Les annotations en grosses lettres, permettant de suivre cette description, sont de ma main.

¹¹⁶ Dans cette mémoire se trouve également un dispositif de calcul auxiliaire, qui permet de réaliser certains calculs intermédiaires simples par la méthode des différences, sans avoir à envoyer les nombres dans l'unité centrale de calcul. Il s'articule sur l'axe "F de cette unité, qui est un axe de report, et sur un des axes à chiffres du râtelier. Il envisagera après 1856, de faire travailler les axes du râtelier comme des machines aux différences travaillant en parallèle. Hyman, A., op. cit., p.242-4.

d. L'organe de commande : les cartes perforées

Réalisées en carton, en étain ou en zinc, elles sont de plusieurs types. Les cartes d'opérations transmettent au Moulin la suite des instructions à effectuer. Chacune d'elle est flanquée de trois cartes de variables : deux pour indiquer les nombres à combiner, et une pour indiquer à quelle variable il faut rapporter le résultat calculé. D'autres cartes indiquent combien de fois une même suite d'opérations doit être effectuée, et les cartes de nombres permettent d'introduire des données numériques supplémentaires, comme π ou les nombres de Bernoulli, en les enregistrant sur certains axes du Magasin. L'idée en est directement empruntée au métier à tisser de Jacquard¹¹⁷, que Babbage considère comme capable d'effectuer n'importe quel dessin que l'imagination de l'homme puisse concevoir¹¹⁸. Il écrit : "*The analogy of the Analytical Engine with this well-known process is nearly perfect*"¹¹⁹. Pour Menabrea (futur premier ministre de l'Italie unifiée), qui rédige une présentation de la machine analytique après que Babbage en ait exposé les principes aux savants italiens en 1840, les cartes perforées sont une "*traduction des formules algébriques, ou, pour mieux dire, une autre forme d'écriture analytique*"¹²⁰, et pour Lady Lovelace qui, ayant travaillé avec Babbage, traduit et annote le texte français de Menabrea, ce sont elles qui en font "*l'incarnation de la science des opérations*"¹²¹.

e. Appréciation des performances de la machine analytique

Si elle avait été réalisée, la machine analytique aurait eu la taille d'une locomotive, et elle aurait dû être alimentée en énergie par une machine à vapeur¹²². Babbage prévoyait qu'elle puisse additionner ou soustraire 2 nombres de 40 chiffres en 3 secondes, les multiplier ou les diviser en 2 à 3 minutes, qu'elle puisse transférer 2 nombres entre 2 axes adjacents en 2 secondes et demie, et reporter un nombre du plus bas au plus haut rouage d'un même axe en un quart de seconde. Elle constitue de fait la première préfiguration d'un "calculateur contrôlé par programme", espèce immédiatement antérieure à l'ordinateur véritable qui est un "calculateur à programme interne"¹²³. Le Magasin correspond à la mémoire d'une calculatrice universelle, le Moulin à son processeur, et les deux types de crémaillère qui assurent le transfert des nombres entre le Magasin et le Moulin préfigurent les canaux d'entrée et de sortie. Les cartes perforées permettent l'exploitation d'un programme externe qui correspond au "software", tandis que les cylindres contrôleurs d'opérations peuvent être assimilés à des sous-ensembles "micro-codés" de programme interne. Les transferts entre mémoire et unité de calcul sont assurés par une carte insérée sous l'axe de variables correspondant, et qui correspond à l'existence d'un programme indiquant soit le nombre à lire, soit l'emplacement où l'inscrire. Enfin, les cartes de nombres constituent une mémoire externe supplémentaire, dont Babbage prévoit que la vitesse de calcul de la machine en rende l'usage superflu. Mais il est clair que Babbage, abordant son travail à partir de fonctions numériques, n'envisage à aucun moment de travailler dans un système binaire. Qui plus est, au moment où la Révolution Française impose le système métrique, il est

¹¹⁷ Jacquard met au point en 1801 à Lyon un type de métier automatique, où la suite des instructions est donnée aux fils par des cartes perforées, et qui va s'imposer dans toute l'Europe dès le début de la décennie 1830. Un portrait de Jacquard, tissé à sa mort en 1834, à l'aide d'un programme utilisant 24 000 cartes perforées, chacune pouvant recevoir 1050 trous, avait été offert à Babbage par un ami.

¹¹⁸ Babbage, C., 1864, op. cit., p.116, *Works*, 11, p.88.

¹¹⁹ Ibid., p.117, *Works*, 11, p.89.

¹²⁰ Menabrea, L.F., "Notions sur la machine analytique de M. Charles Babbage", Bibliothèque Universelle de Genève, 82, 1842, Babbage, *Works*, 3, 62-88, p.80.

¹²¹ Traduction du texte de Menabrea par Ada Augusta, Countess of Lovelace, sous le titre "Sketch of the Analytical Engine invented by Charles Babbage", avec des notes importantes. Babbage, *Works*, 3, 62-88, et 89-170, p.118 : "The Analytical Engine is an embodying of the science of operations". La duchesse de Somerset, la comtesse J. H. Teleki, fille de Bickerseth, et A. Burdett-Coutts, fille de F. Burdett, sont également des amies proches de Babbage.

¹²² Swade, op. cit.

¹²³ Ligonnière, *Préhistoire et histoire des ordinateurs*, Paris, Laffont, 1987, p.74-110.

plus que tout autre concerné par le système décimal. Outre son travail personnel sur les tables, il suggère au gouvernement un plan d'adoption d'un système décimal¹²⁴ pour la monnaie en 1831, et participe à la commission des poids et mesures qui se réunit en 1834 après que l'incendie du Parlement ait détruit les étalons.

La machine analytique effectue un traitement algorithmique des opérations, puisque la succession des ordres, sans cesse répétable pour une opération donnée, n'est autre qu'un enchaînement fini d'opérations élémentaires. Qui plus est, les cartes permettent soit la répétition "n" fois d'une ou plusieurs instructions, qui correspond à une boucle de programme, soit l'appel d'un court algorithme annexe, donc d'une "sous-routine". Au cours de ses opérations, la machine est également capable d'une sélection qui correspond à un "branchement" ou "saut conditionnel", c'est-à-dire qu'un choix peut intervenir entre les termes d'une alternative. Quant à la programmation, il est vrai qu'elle ne pouvait aller très loin en l'absence d'une machine effectivement construite. Lady Lovelace détaille plusieurs exemples de programmes : la résolution d'un système de deux équations à deux inconnues, celle d'un système trigonométrique, le calcul des nombres de Bernoulli¹²⁵. Il n'empêche que Babbage sut imaginer les opérations de contrôle indispensables au bon fonctionnement de sa machine quant à la validité des programmes, et qu'il testait à la construction celles qui portaient sur l'exactitude des opérations.

Pour ses contemporains, la machine analytique représente la matérialisation même de l'analyse mathématique, d'où elle tire son nom. Et les commentaires de Menabrea et de Lady Lovelace témoignent de l'impact qu'elle eût auprès des contemporains les plus éclairés de Babbage. Tous deux la reconnaissent comme une machine universelle, puisqu'elle peut calculer les valeurs de n'importe quelle fonction, alors que la machine aux différences n'était qu'une machine particulière traitant d'une suite spécifique d'opérations¹²⁶. Mais les notes de Lady Lovelace sont les plus significatives du prolongement direct qu'elle représente par rapport aux conceptions de l'École Algébrique Anglaise. Une telle machine peut gérer des calculs à l'infini, en suppléant au caractère fini de ses possibilités spatiales, par la possibilité d'une répétition illimitée de ses opérations. Menabrea précise la nature des calculs effectués et le rôle d'exécutant de la machine :

"(La machine analytique) est fondée sur deux principes : le premier, qui consiste en ce que tout calcul arithmétique dépend en définitive de quatre opérations principales, l'addition, la soustraction, la multiplication et la division ; le second en ce que tout calcul analytique peut se réduire à calculer les coefficients des différents termes d'une série. Si ce dernier principe est vrai, toutes les opérations de l'analyse sont du domaine de la machine.

*L'objet essentiel de la machine étant de calculer, d'après les lois qui lui sont dictées, la valeur de coefficients numériques qu'elle doit ensuite distribuer convenablement sur les colonnes qui représentent les variables, il s'ensuit que l'interprétation des formules et des résultats est en dehors de ses attributions, à moins toutefois que cette interprétation ne soit elle-même susceptible d'être exprimée par le moyen des symboles dont elle fait usage. Ainsi elle n'est point elle-même l'être qui pense, mais on peut la considérer comme l'être qui exécute les conceptions de l'intelligence."*¹²⁷

Lady Lovelace, pour qui la machine analytique est particulièrement adaptée aux méthodes d'Arbogast, insiste bien davantage sur le caractère symbolique des opérations ainsi effectuées, et sur la séparation entre les symboles d'opération et ceux qui marquent les résultats.

¹²⁴ Il sera également consulté, avec d'autres ingénieurs, au sujet de la mécanisation de la fabrication monétaire. Hyman, A., op. cit., p.113.

¹²⁵ Lovelace, A., op. cit., *Works*, 3, p.158.

¹²⁶ Tout comme Babbage dans son autobiographie. Babbage, C., 1864, op. cit., p.117, *Works*, 11, p.89.

¹²⁷ Menabrea, L.F., op. cit., *Works*, 3, p.80-1.

*"Many persons who are not conversant with mathematical studies imagine that because the business of the engine is to give its results in numerical notation, the nature of its processes must consequently be arithmetical and numerical, rather than algebraical and analytical. This is an error. The engine can arrange and combine its numerical quantities exactly as if they were letters or any other general symbols, and in fact it might bring out its results in algebraical notation, were provisions made accordingly. It might develop three sets of results simultaneously, viz. symbolic results ; numerical results ; and algebraical results in literal notation. This latter however has not been deemed a necessary or desirable addition to its powers, partly because the necessary arrangements for effecting it would increase the complexity and extent of the mechanism to a degree that would not be commensurate with the advantages, when the main objet of the invention is to translate into numerical language general formulae of analysis already known to us , or whose laws of formation are known to us. But it would be a mistake to suppose that because its results are given in the notation of a more restricted science, its processes are therefore restricted to those of that science. The object of the engine is in fact to give the utmost practical efficiency to the resources of numerical interpretations of the higher science of analysis, whilst it uses the processes and combinations of the latter"*¹²⁸.

Mais alors que pour Menabrea, "l'interprétation des formules et des résultats" échappe aux attributions de la machine, Lovelace semble aller plus loin lorsqu'elle marque la connexion qu'établit la machine entre opérations mentales et opérations de la matière¹²⁹. Elle reconnaît que :

*"The Analytical Engine has no pretensions whatever to originate anything. It can do whatever we know how to order it to perform. It can follow analysis ; but it has no power of anticipating any analytical relations or truths"*¹³⁰.

Mais elle est d'abord sensible au fait qu'il n'est pas nécessaire de connaître la forme générale de la fonction pour mener à bien les calculs, puisque seule compte la suite des opérations. C'est en ce sens qu'elle suggère d'utiliser la machine analytique pour résoudre le problème des trois corps, ou pour composer des sons musicaux. Elle étend ainsi le sens du terme "opération" :

*"By the word operation, we mean any process which alters the mutual relation of two or more things, be this relation of what kind it may. This is the most general definition, and would include all subjects in the universe"*¹³¹.

dans le même sens que Babbage étendait le sens du terme "fonction" en 1815, préparant conceptuellement l'assimilation fonctionnelle entre opérations de l'esprit et opérations machiniques :

*"The term function has long been introduced into analysis with great advantage, for the purpose of designating the result of every operation that can be performed on quantity. This extent of signification has rendered it of essential use, but the various applications of which it admits, and the questions to which it gives rise, do not appear to have met with sufficient attention"*¹³².

Les travaux de Babbage sur les machines comme sur les notations suggèrent qu'il a clairement pensé la distinction entre traitement opératoire et interprétation du langage. Il est d'ailleurs un cryptologue éminent, qui se passionne depuis l'enfance pour le décryptage des codes. Il produira d'ailleurs toute une série de dictionnaires briseurs de codes, à partir d'une

¹²⁸ Lovelace, A., op. cit., *Works*, 3, p.144.

¹²⁹ Ibid., p.122.

¹³⁰ Ibid., p.156.

¹³¹ Lovelace, A., op. cit., *Works*, 3, p.118, p.155, p.117.

¹³² Babbage, C., 1815, op. cit., p.389, *Works*, 1, p.93.

étude systématique des combinaisons, et deviendra une autorité en la matière¹³³. C'est dire que l'opérateur se confond pour lui avec la combinatoire et avec l'algorithmique, dont il analyse d'autant mieux le fonctionnement qu'il approfondit la décomposition des mécanismes matériels et mentaux en opérations élémentaires.

CONCLUSION

Ainsi le travail de Babbage sur les machines se trouve-t-il dans le prolongement direct de sa réflexion sur l'analyse mathématique et le langage de la science. Il est l'aboutissement le plus achevé d'une démarche inventive à laquelle il ne s'abandonne pas, mais dont il cherche constamment à expliciter le fonctionnement, parce qu'il veut la porter, dans tous les domaines, au premier plan de l'activité humaine, afin d'en développer tous les effets possibles, d'en exploiter toutes les potentialités. Outre les analogies opératoires, Babbage explore au maximum le principe de la division du travail, qui peut être assimilé, sur le plan conceptuel, à l'un des principes de la méthode cartésienne : celui qui consiste à décomposer toute difficulté en une suite d'étapes élémentaires, et rejoint, par là même, le programme baconien de classification et d'accumulation des données. C'est peut-être parce qu'il refuse, comme les autres mathématiciens de la première génération de l'École Algébrique Anglaise, d'assumer le rôle créateur de sa démarche, qu'il recourt à la mécanique pour mettre en évidence l'existence présumée des lois opératoires qui légitiment, non plus le résultat, mais le fonctionnement même des processus engagés. Cette démarche vise l'abstraction puisqu'elle s'attache à expliciter, matériellement et intellectuellement, ce qui légitime la permanence du fonctionnement opératoire au-delà du caractère aléatoire des phénomènes observés, dont la régularité est toujours susceptible de désordres ou des perturbations. Mais elle ne s'arrête pas à l'analyse mathématique ou à la conception de calculatrices, elle concerne tous les domaines où la société anglaise se trouve radicalement transformée. Dans le domaine institutionnel, elle aboutira au renouvellement du statut des sociétés savantes et des vieilles universités anglicanes. Dans le domaine conceptuel, les mathématiques et la logique vont se trouver rapprochées du fait même de leur concurrence comme fondement de la connaissance. Dans le domaine social, la productivité conçue comme recherche inventive de tous les modes de combinaisons possibles va se trouver valorisée. Mais dans tous les domaines est maintenue la référence ultime à la loi, dont la permanence porte désormais sur la légitimation de toutes les potentialités opératoires. Contrairement à ce qu'affirme A. Hyman, il n'est donc pas sûr que l'Angleterre ait échoué à comprendre la pensée de Babbage. Si elle n'a pas su s'attacher à produire ses calculatrices, il semble qu'elle en ait parfaitement intégré le sens, c'est-à-dire la référence symbolique, puisqu'au moment même où scientifiques et politiques redoutent une révolution, au moment où la naissance du mouvement chartiste semble devoir la précipiter, l'Angleterre entre au contraire dans cette longue période de stabilisation socio-culturelle que représente l'ère victorienne (1837-1901).

¹³³ Le crochetage des serrures relève, dit-il, du même type d'analyse. Babbage, C., *Passages*, op. cit., *Works*, 11, ch. XVIII. Hyman, A., op. cit., p.227-228.

BIBLIOGRAPHIE COMPLÉMENTAIRE

- BECHER, H.W., "Woodhouse, Babbage, Peacock and Modern Algebra", *Historia Mathematica*, vol. 7, n° 4, nov. 1980, 389-400.
- CLOCK, D. A., "A New British Concept of Algebra : 1825-1850", 1964, *Ph. D. Diss.*, Un. of Wisconsin.
- GRATTAN-GUINNESS, I., "Babbage's Mathematics in its time", *British Journal for the History of Science*, 1979, vol. 12, n° 40, 82-88.
- HYMAN, A., *Science and Reform : Selected Works of Charles Babbage*, Cambridge/New York, C.U.P., 1989.
- KOPPELMAN, E.H., "The Calculus of Operations and the rise of abstract Algebra", *Archive for the History of Exact Sciences*, vol. 8, n° 3, 1971, 155-242.
- KOPPELMAN, E.H., "Calculus of Operations : French Influence on the British Mathematics in the first half of the nineteenth century", *Ph. D. Diss.*, John Hopkins University, 1969.
- LINDGREN, M., *Glory and Failure : The Difference Engines of Johann Müller, Charles Babbage, and Georg and Edward Scheutz*, trad. McKay, C.G., Cambridge, Mass./London, M.I.T. Press, 1990.
- OHRSTROM, P., "W.R. Hamilton' View of Algebra as the Science of Pure Time", *Historia Mathematica*, 12, 1985, 45-55.
- NOVY, L., "L'Ecole Algébrique Anglaise", *Revue de Synthèse*, III° S., n° 49-52, janv. déc. 1968, 211-222.
- PYCIOR, H .M., "George Peacock and the British Origins of Symbolical Algebra", *Historia Mathematica*, vol. 8, n°1, fev. 1981, p 23-45.
- PYCIOR, H .M., "Early Criticism of the Symbolical Approach to Algebra", *Historia Mathematica*, 9, 1982, p 392-412.
- PYCIOR, H .M., "Augustus de Morgan's Algebraic Work : the Three stages", *Isis*, juin 1983, p 211-226.
- PYCIOR, H .M., "Internalism, Externalism, and Beyond : Nineteenth-Century British Algebra", *Historia Mathematica*, 11, 1984, p 424-441.
- RICHARDS J. L., "The Art and the Science of British Algebra : A Study in the Perception of Mathematical Truth", *Historia Mathematica*, 7, 1980, p 343-365.