

JACQUES BERTIN

**Traitements graphiques et mathématiques. Différence
fondamentale et complémentarité**

Mathématiques et sciences humaines, tome 72 (1980), p. 60-71

http://www.numdam.org/item?id=MSH_1980__72__60_0

© Centre d'analyse et de mathématiques sociales de l'EHESS, 1980, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Mathématiques et sciences humaines » (<http://msh.revues.org/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

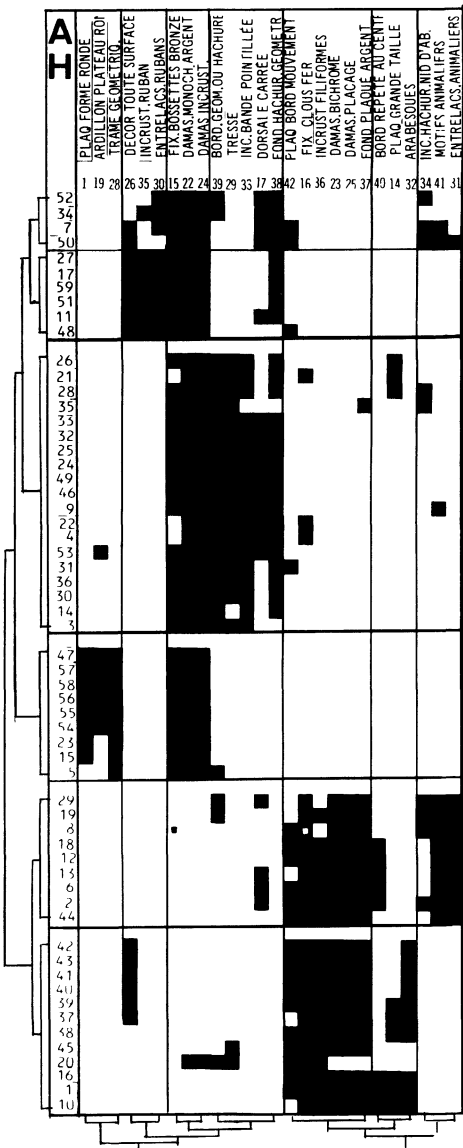
58	15	15	15
57	23	23	23
56	47	47	47
55	54	54	54
54	55	55	55
47	56	56	56
23	57	57	57
15	58	58	58
5	59	59	59
53	3	3	3
3	14	14	14
14	30	30	30
30	36	36	36
36	24	24	24
34	25	25	25
24	32	32	32
25	33	33	33
32	46	46	46
33	9	9	9
46	4	4	4
49	22	22	22
17	21	21	21
27	26	26	26
51	3	3	3
59	28	28	28
11	31	31	31
52	35	35	35
26	20	20	20
31	9	9	9
9	28	28	28
28	4	4	4
4	22	22	22
22	51	51	51
48	59	59	59
35	11	11	11
21	34	34	34
7	52	52	52
50	7	7	7
20	30	30	30
29	8	8	8
19	37	37	37
2	19	19	19
45	29	29	29
6	2	2	2
8	1	1	1
13	16	16	16
39	58	58	58
37	44	44	44
40	12	12	12
41	18	18	18
42	6	6	6
43	13	13	13
44	40	40	40
12	41	41	41
18	42	42	42
38	43	43	43
16	44	44	44
1	45	45	45
10			

15	15	15	15
23	23	23	23
47	47	47	47
54	54	54	54
55	55	55	55
56	56	56	56
57	57	57	57
58	58	58	58
23	59	59	59
15	5	5	5
53	3	3	3
14	14	14	14
30	30	30	30
36	36	36	36
24	24	24	24
25	25	25	25
32	32	32	32
33	33	33	33
46	46	46	46
9	9	9	9
4	4	4	4
22	22	22	22
21	21	21	21
26	26	26	26
3	3	3	3
28	28	28	28
31	31	31	31
35	35	35	35
20	20	20	20
48	48	48	48
17	17	17	17
27	27	27	27
51	51	51	51
59	59	59	59
11	11	11	11
34	34	34	34
52	52	52	52
7	7	7	7
30	30	30	30
8	8	8	8
37	37	37	37
19	19	19	19
29	29	29	29
2	2	2	2
1	1	1	1
16	16	16	16
10	10	10	10
58	58	58	58
44	44	44	44
12	12	12	12
18	18	18	18
6	6	6	6
13	13	13	13
40	40	40	40
41	41	41	41
42	42	42	42
43	43	43	43
44	44	44	44
45	45	45	45

47	47	47	47
54	54	54	54
55	55	55	55
56	56	56	56
57	57	57	57
58	58	58	58
23	23	23	23
15	15	15	15
5	5	5	5
53	53	53	53
25	25	25	25
32	32	32	32
33	33	33	33
46	46	46	46
9	9	9	9
24	24	24	24
4	4	4	4
22	22	22	22
21	21	21	21
14	14	14	14
30	30	30	30
36	36	36	36
31	31	31	31
26	26	26	26
28	28	28	28
35	35	35	35
20	20	20	20
3	3	3	3
27	27	27	27
17	17	17	17
51	51	51	51
59	59	59	59
11	11	11	11
48	48	48	48
52	52	52	52
34	34	34	34
7	7	7	7
30	30	30	30
8	8	8	8
29	29	29	29
13	13	13	13
2	2	2	2
6	6	6	6
18	18	18	18
12	12	12	12
45	45	45	45
40	40	40	40
41	41	41	41
42	42	42	42
43	43	43	43
37	37	37	37
39	39	39	39
38	38	38	38
1	1	1	1
16	16	16	16
10	10	10	10

TRAITEMENTS GRAPHIQUES ET MATHÉMATIQUES
Différence fondamentale et complémentarité

Jacques BERTIN *



Henri Leredde et Patrick Perin nous donnent l'occasion de situer le traitement graphique des données par rapport aux traitements mathématiques. Dans le n° 42 des "Dossiers de l'Archéologie", avril 1980, ils comparent plusieurs analyses à l'occasion d'une étude de 59 plaques-boucles mérovingiennes à travers 26 caractères.

Quatre traitements sont proposés : analyse factorielle (AF), classification automatique (CA), analyse hiérarchique (AH) et classement visuel (CV). Les résultats, sensiblement différents d'un traitement à l'autre, soulignent

- . qu'il n'y a pas de traitement parfait,
- . qu'il faut donc dans tous les cas "interpréter",
- . que l'image n'est que le résultat d'un certain algorithme et que c'est en fait cet algorithme que l'on interprète.

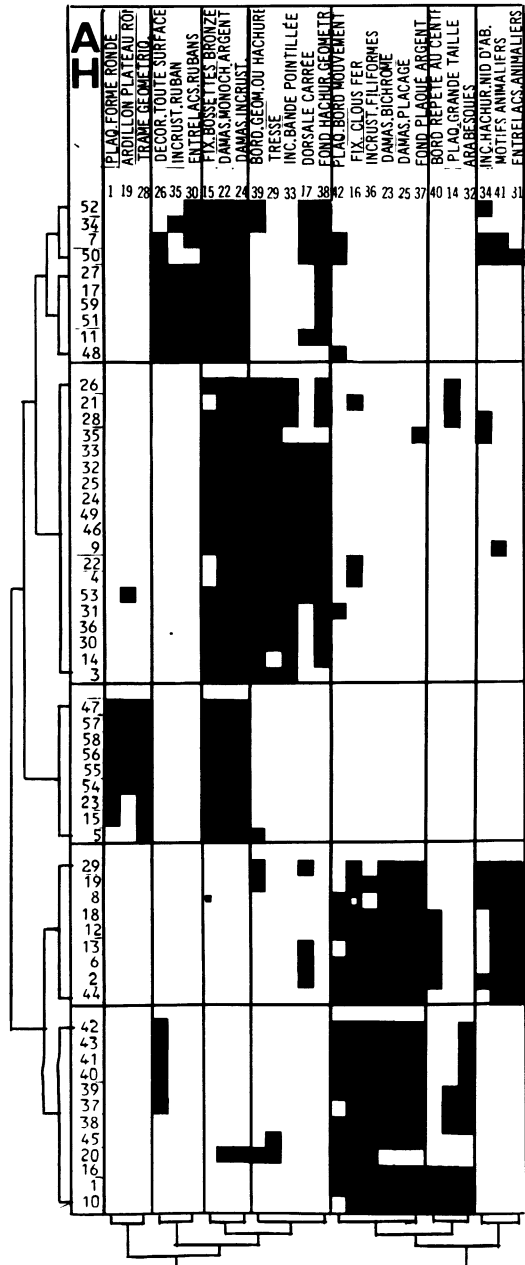
Or le classement visuel n'est pas conduit par un algorithme rigoureusement défini. Il paraît donc fragile et discutable chaque fois que l'on commet l'erreur de le comparer aux traitements mathématiques et de le situer à la même étape dans la procédure de traitement. C'est l'erreur de certains qui, dans une approche pour le moins superficielle, ont défini le traitement graphique comme un "bricolage bien français".

Mais le rôle de la classification visuelle n'est pas d'offrir un succédané de traitement mathématique. Son rôle réel et irremplaçable est de fournir l'instrument d'une interprétation raisonnée fondée non sur le voile de tel ou tel algorithme mais fondée sur les contributions des données elles-mêmes. Si AF, CA et AH sont des points d'arrivée, nous allons voir que CV n'est simplement qu'un point de départ.

* Laboratoire de Graphique. Ecole des Hautes Etudes en Sciences Sociales. Paris

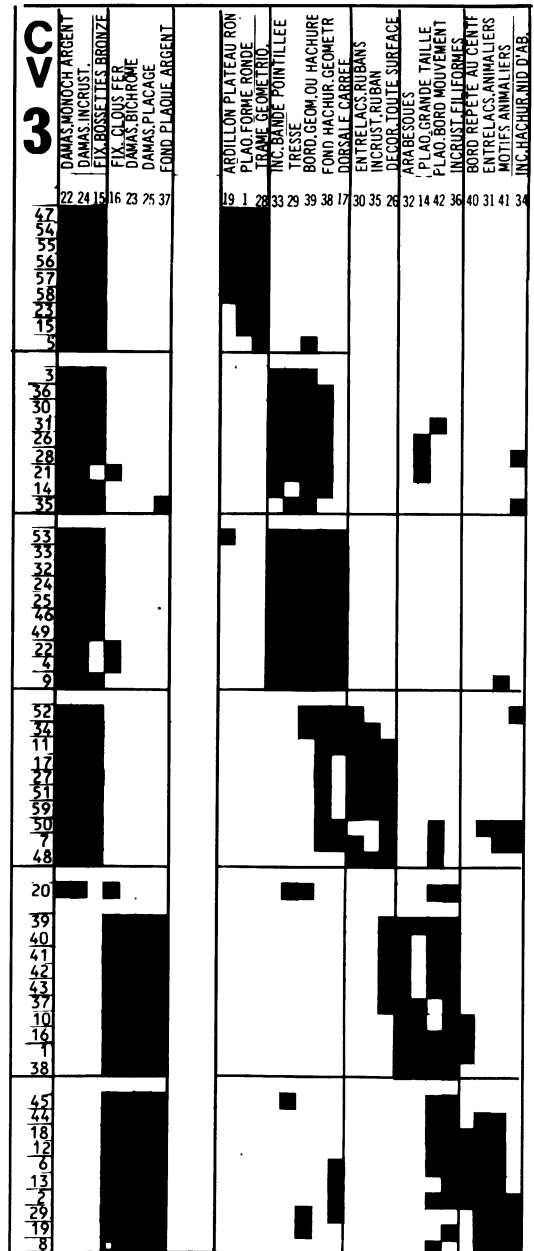
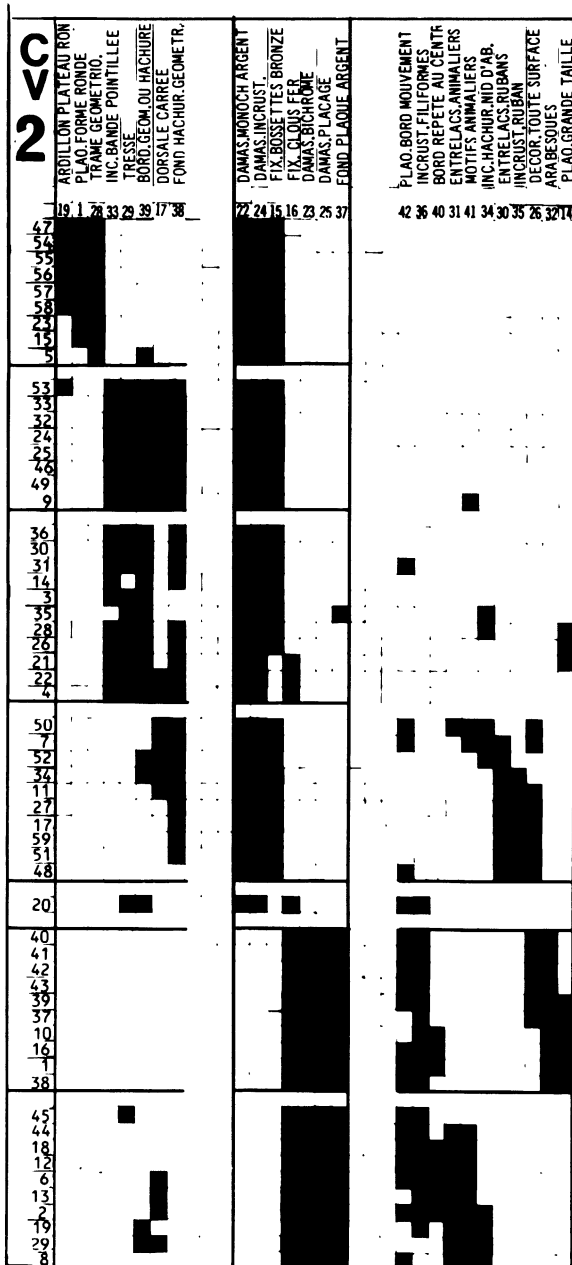
0. Les classements qui suivent ont été faits sur une "matrice ordonnable".
Les données non classées construisent "la matrice zéro" (0).

AH. L'image de départ la plus utile est généralement fournie par AH, sans
doute parce que cet algorithme construit les sous-groupes les plus cohérents.
La matrice est donc classée suivant AH.



La construction CV 2 souligne qu'il y a deux "systèmes" dans la matrice des données.

CV3. En séparant visuellement ces deux systèmes, CV3 construit une image plus facile à observer qui permet de caractériser chacun des systèmes. L'un sépare les objets en deux groupes. L'autre construit une sériation classique remarquablement équilibrée. L'indépendance des deux systèmes, dans chacun des deux groupes, va autoriser l'inversion faite en CV5.



CV4. On considère ici les "fixations par clous de fer" (16) qui constituent la principale exception au premier système. Leur regroupement (cercle) détruit la sériation du deuxième système.

CV5 propose

- 1° la reconstitution de la sériation (cercle) qui met en place les exceptions précédentes ainsi que la plaque 20 ;
- 2° l'inversion visuelle des colonnes 22, 24, 15, qui souligne la complémentarité des éléments du premier système et simplifie de nouveau l'image, sans aucune perte d'information. Cette inversion est signalée à l'attention par le carré noir qui apparaît dans la "ligne d'inversion" située ici au-dessus des chiffres et dans la définition même des colonnes inversées qui peut être modifiée ou être simplement barrée ce qui signifie que le caractère est "absent" (ou inverse).

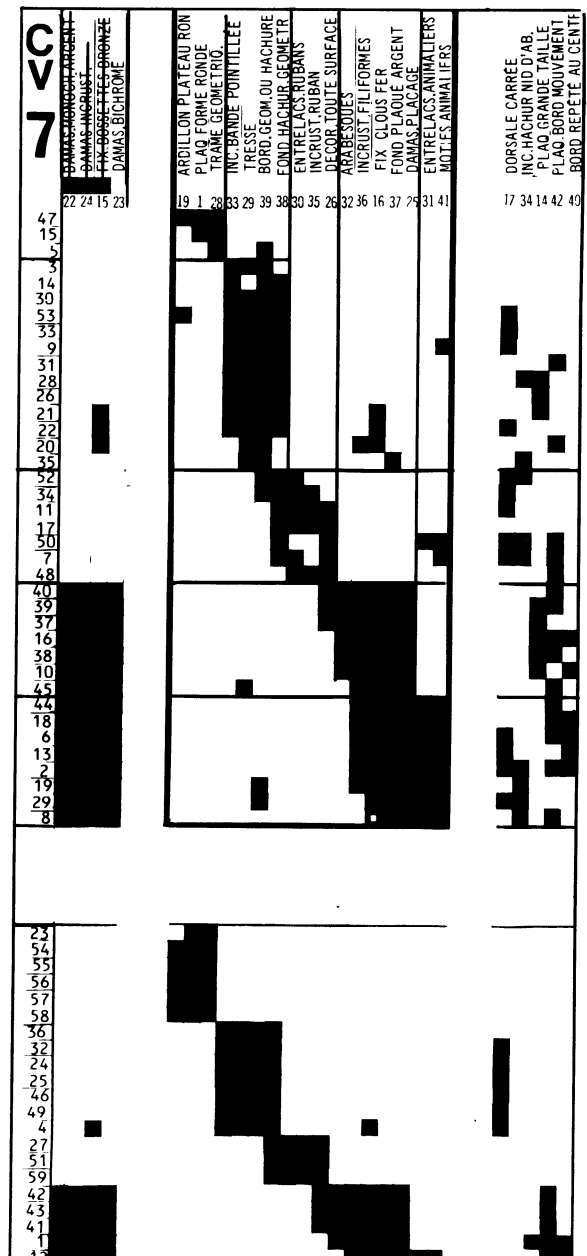
CV4			
67		19	
64		21	
58		23	
56		25	
57		26	
58		27	
23		28	
15		29	
5		30	
3		31	
36		32	
30		33	
31		34	
26			
28			
14			
35			
53			
33			
32			
24			
25			
48			
49			
9			
52			
34			
11			
17			
27			
41			
59			
50			
7			
48			
4			
22			
21			
20			
20			
39			
40			
41			
42			
43			
44			
10			
16			
16			
38			
45			
22			
18			
14			
6			
13			
2			
26			
19			
8			

CV5			
67		19	
64		21	
58		23	
56		25	
57		26	
58		27	
23		28	
15		29	
5		30	
3		31	
36		32	
30		33	
31		34	
26			
28			
14			
35			
53			
33			
32			
24			
25			
48			
49			
9			
4			
22			
21			
20			
20			
39			
40			
41			
42			
43			
44			
10			
16			
16			
38			
45			
22			
18			
14			
6			
13			
2			
26			
19			
8			

CV6. L'analyse de CV5 fait apparaître que certains types sont représentés par plusieurs plaques. CV6 ne conserve qu'une seule plaque par type et regroupe les plaques "redondantes" dans le bas de l'image. C'est une nouvelle simplification. Elle montre que la sériation est conservée mais que les exceptions sont nombreuses, sauf dans les plaques redondantes.

CV7 propose deux opérations :

- 1) la réintroduction des éléments non-redondants du premier système, à savoir les colonnes 16, 25 et 37, dans la sériation.
- 2) Une réduction du nombre des exceptions, par exclusion de caractères. En excluant 5 caractères, il ne subsiste qu'une exception au plus par plaque, hors les plaques 20, 50 et 7.



CV 8 propose aussi deux opérations :

- 1) la réintroduction des plaques redondantes, dans la perspective d'une signification de la quantité des objets par type.
- 2) la réduction du nombre des exceptions par exclusion non seulement de caractères mais aussi de plaques. On voit qu'il suffit d'exclure 4 plaques et 3 caractères pour que ne subsiste qu'une exception au plus par plaque. Il y a donc lieu d'aller voir de plus près ces trois caractères et ces quatre plaques.

CV 8	22 24 15 23	19 1 28 29 33 39 38 30 35 26	32 42 36 37 75 16	31 41 34	40 14 17
47					
54					
55					
56					
57					
58					
23					
15					
3					
30					
36					
31					
33					
35					
23					
32					
24					
23					
46					
49					
9					
4					
22					
21					
26					
28					
14					
32					
34					
11					
17					
27					
51					
59					
48					
40					
41					
42					
43					
39					
37					
10					
1					
16					
38					
45					
44					
12					
18					
13					
6					
7					
19					
29					
8					
50					
7					
34					
33					
20					

CV9. Par rapport à CV8, CV9 prend en compte toutes les données en réintroduisant les caractères redondants. De plus, en disposant le caractère 40 à droite et les caractères 14 et 17 à gauche, il met en évidence les particularités de leurs distributions.

