

LEONARD J. SAVAGE

Probabilité personnelle et induction

Mathématiques et sciences humaines, tome 23 (1968), p. 5-15

http://www.numdam.org/item?id=MSH_1968__23__5_0

© Centre d'analyse et de mathématiques sociales de l'EHESS, 1968, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Mathématiques et sciences humaines » (<http://msh.revues.org/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

PROBABILITÉ PERSONNELLE ET INDUCTION *

par

Leonard J. SAVAGE

(traduit par Gisèle Vaguelsy et Georges Morlat)

INTRODUCTION

L'inférence statistique et la philosophie s'appuient évidemment l'une sur l'autre. L'étude de leurs rapports et de leurs fondements communs se développe rapidement, mais non sans difficulté. Les philosophes trouvent les textes statistiques vagues, discordants, dénués de rigueur philosophique, trop techniques, et par là même, difficiles à trier. En tant que statisticien amené à la philosophie par l'intérêt que je porte aux fondements de la statistique, je me heurte au même genre de difficultés, me trouvant dans l'incapacité de comprendre les textes philosophiques, même ceux qui se rattachent le plus à la statistique, ou de discerner ceux qui s'y rattachent.

Je n'essaierai pas ici de donner des démonstrations. Je vais plutôt m'efforcer de vous faire partager certains points de vue sur l'induction qui m'ont été inspirés par l'étude de la probabilité personnelle et de la statistique. Les véritables démonstrations semblent rares ou totalement inexistantes en philosophie, bien que la discussion philosophique s'exprime souvent par des raisonnements concis, et apparemment logiques, ou parfois plus développés et encore plus traîtres. Combien de fois cette apparente logique traduit-elle une volonté de rigueur, et combien de fois n'est-elle qu'une figure de rhétorique recouvrant quelque chose de vague et d'incertain ?

Des arguments de trois lignes détruisant intégralement le concept de la probabilité personnelle sont largement répandus. Chacun d'eux donne lieu à une réfutation encore plus brève et plus radicale, et ainsi de suite. Ce genre de répartie peut s'avérer fructueuse, pourvu qu'on l'examine posément et sans passion.

Certaines démonstrations philosophiques qui inspiraient le moins de confiance se sont révélées parmi les plus valables. Achille peut rattraper la tortue ; pourtant Zénon nous montre bien qu'il y a plus dans le mouvement que ce qui atteint notre œil.

Et l'importance du raisonnement de Hume contre l'induction — l'idée dominante de ce symposium — ne fait aucun doute bien que la plupart des philosophes ne considèrent peut-être cet argument, de même que ceux de Zénon, que comme un défi les incitant à découvrir de purs sophismes. Certains d'entre nous, cependant, estiment que la conclusion de Hume n'est pas paradoxale, mais tout à fait pertinente.

Le paragraphe qui suit introduit la notion de probabilité personnelle, de manière nécessairement brève. Le but du présent article ne peut être de l'exposer en détails ; un paragraphe critique, cependant, approfondira cette introduction, préviendra les incompréhensions inutiles, et fournira un cadre naturel à quelques remarques sur l'induction. Nous pourrions alors examiner directement l'énigme de l'induction dans l'optique de la probabilité personnelle. Enfin, plusieurs questions communément associées à l'induction seront abordées dans un paragraphe sur les propositions universelles.

* Ce mémoire a été présenté lors d'un symposium sur la probabilité subjective, le 27 décembre 1967 et commenté par M.M. J. Sayer Minas (Université de Waterloo, Ontario) et Ernest Nagel (Université Columbia). Les recherches entreprises pour cet article ont été facilitées par l'armée, la marine, l'aviation et la NASA, sous un contrat établi par les services de recherche de la marine.

LA PROBABILITÉ PERSONNELLE

Le concept de probabilité personnelle a été découvert plusieurs fois entre 1921 et 1940 et ses origines sont plus lointaines. Il est connu depuis 1950 environ par les statisticiens, et il exerce sur eux une influence croissante. Pour l'histoire, les textes et la bibliographie, voyez l'anthologie de Kyburg et Smokler ¹. Toutes les théories de la probabilité personnelle ne reviennent pas parfaitement au même et en vous présentant ce concept, je m'efforcerai de me limiter à mon propre point de vue.

La probabilité personnelle peut être considérée comme faisant partie d'une certaine théorie de la préférence cohérente face à l'incertain. Cette théorie de la préférence est normative ; elle a pour but de nous aider à prendre de meilleures décisions en nous montrant les incohérences éventuelles de nos attitudes face à des options réelles et hypothétiques.

Si je préfère comme boisson quotidienne l'eau au vin et le vinaigre à l'eau, vous pouvez être en désaccord avec moi et même me plaindre, mais vous n'avez aucune raison de taxer mes goûts bizarres d'incohérence. Si, par la suite, j'exprime une préférence pour le vin par rapport au vinaigre, cette préférence, bien que normale en soi, est absurde par rapport à mes autres préférences. Si on me le signale, je ferais bien de les ré-examiner et de modifier au moins l'une d'elles.

Différents systèmes de postulats tels que le postulat de la transitivité de la préférence, bien qu'ils se présentent sous une forme qualitative, conduisent à une arithmétisation des jugements de valeur et des opinions d'une personne idéalement cohérente. En termes techniques, ce type de personne agit face à l'incertain de manière à maximiser l'utilité attendue de ses expériences, *compte tenu de sa mesure de probabilité personnelle* des événements qui peuvent agir sur ces expériences.

La fonction d'utilité d'un individu est une certaine expression, déterminée par son comportement, de la valeur qu'il attache aux expériences auxquelles elle s'applique. La théorie n'a pas la prétention de montrer que certaines fonctions d'utilité sont plus appropriées que d'autres ; *de gustibus non disputandum est*. Ceci ne veut pas dire que préférer le vinaigre au vin est normal, mais tout simplement qu'il ne peut exister objectivement un bien et un mal en ce domaine, comme c'est le cas pour l'expression d'une intransitivité de la préférence.

De même que les utilités expriment des valeurs ou des goûts, de même chez une personne, le système des probabilités personnelles exprime ses opinions de manière arithmétique. Rien dans la théorie de la probabilité personnelle n'empêche quiconque de croire qu'Elisabeth I^{re} a écrit *Hamlet*. Bien que cette opinion, à la lumière de ce que nous savons tous, paraisse bizarre tant à vous qu'à moi, elle n'est pas nécessairement incohérente. Pourtant, l'obéissance à une probabilité personnelle impose une grande discipline objective aux opinions : quelqu'un peut croire qu'Elisabeth I^{re} a écrit *Hamlet* ; et aussi qu'il neigera probablement à Rio demain ; mais alors, la cohérence exigera que l'on considère le fait qu'il neige demain à Rio comme plus probable que le fait qu'*Hamlet* ait été écrit par un homme du peuple.

Bien que l'utilité ne soit pas moins fondamentale à la théorie de la préférence que ne l'est la probabilité personnelle, cette dernière est bien plus importante pour notre propos et doit donc être exposée plus en détails.

La personne idéalement cohérente, que par commodité j'appellerai souvent « vous », est dite considérer l'événement *A* comme plus probable que l'événement *B* à la condition suivante : si vous pouviez recevoir une récompense particulière si et seulement si *A* est réalisé, ou si et seulement si *B* est réalisé, alors vous choisirez l'option qui associe la récompense à *A*.

1. *Studies in subjective probability*, de Henry E. Kyburg, Jr et Howard E. Smokler (New York : Wiley, 1964).

Quelques autres travaux se rapportant à la probabilité personnelle, sont énumérés dans mon article « Difficulties in the theory of Personal Probability », *Philosophy of Sciences*, XXXIV (1967), traduction publiée dans *Mathématiques et Sciences Humaines*, numéro 21, pp. 5-10.

La cohérence semble exiger que si C est incompatible avec A et B , alors l'union de A et C vous paraîtra plus probable que l'union de B et C si et seulement si A vous paraît plus probable que B . S'il existe pour vous des partitions de l'univers en événements arbitrairement nombreux et également probables, alors il existe nécessairement une mesure de probabilité unique (finiment additive) définie pour tous les événements, de telle sorte que A vous paraisse plus probable que B si et seulement si la probabilité numérique de A dépasse la probabilité numérique de B . L'hypothèse de la partition, qui peut être quelque peu affaiblie ¹, n'est pas vraiment une hypothèse de cohérence, mais plutôt l'hypothèse d'une richesse suffisante des événements considérés.

Toutes les versions couramment admises de la théorie de la préférence excluent, explicitement ou implicitement, que vos probabilités personnelles dépendent de la nature de la récompense. La mesure de probabilité personnelle P varie pourtant avec la personne et l'étendue initiale de ses connaissances ou de ses informations, mais il est inutile ici de compliquer la présentation par la prise en compte explicite de cette dépendance. Il importe cependant d'indiquer comment les opinions changent sous l'influence de nouveaux éléments de connaissance tels que la réalisation de l'événement D : ainsi est introduite la *probabilité conditionnelle* ou la *probabilité étant donné D* .

Vous considérez que A est plus probable que B étant donné D à la condition suivante : vous préféreriez avoir une récompense associée à l'événement intersection de A et D plutôt que la même récompense associée à l'intersection de B et D . La situation est presque mot pour mot la même que précédemment et conduit donc en général à une nouvelle mesure de probabilité définie sur les événements A , dépendant de l'événement conditionnant D . Si la probabilité initiale $P(D)$ n'est pas nulle, alors la probabilité conditionnelle de A étant donné D est $P(A|D) = P(A \cap D) / P(D)$. Ceci n'est pas une simple convention, mais se déduit immédiatement de la définition qualitative de la probabilité conditionnelle. De même, la définition qualitative n'est pas dénuée de fondement, ainsi que nous allons le voir maintenant.

Supposons que vous ayez la possibilité d'associer la récompense à A ou B , mais que vous puissiez retarder le moment de votre choix jusqu'à ce que vous sachiez quel élément D_i d'une partition (c'est-à-dire une suite exhaustive, finie, d'événements incompatibles) est effectivement réalisé. Ceci revient à prendre plusieurs décisions simultanées, une pour chaque i . Selon l'un des critères de la cohérence, il vous faut décidément préférer associer la récompense à A au cas où D_i est réalisé, si et seulement si A est plus probable que B étant donné D_i , au sens qualitatif. Ceci non seulement clarifie la définition, mais montre de plus comment il y a dans la théorie de la préférence une interprétation naturelle (ayant au moins un sens important) de l'expression « apprendre par l'expérience ».

S'il vous faut choisir telle ou telle action à la lumière d'un résultat possible D_i d'une expérience, alors tirant vos plans dès maintenant vous serez d'accord pour que votre comportement après l'expérience soit gouverné par vos probabilités conditionnelles, étant donné l'événement D_i qui sera effectivement réalisé. Par conséquent, puisque vous êtes cohérent, ces probabilités conditionnelles deviendront vos probabilités effectives lorsque vous aurez vu le résultat de l'expérience. (Ceci montre incidemment pourquoi, à tout moment, vous devez utiliser les probabilités conditionnelles sachant tout ce que vous avez appris jusqu'à maintenant, point qui a semblé parfois embarrassant ²). En y regardant de plus près, on voit que tout plan d'action devant l'incertain peut être représenté dans la théorie de la préférence. Ceci est remarquable, car en soi la théorie est atemporelle et ne fait aucune observation, ni scientifique, ni philosophique, au sujet du temps.

1. Leonard J. Savage, « The foundations of statistics (New York : Wiley, 1954). chapitre 4.

2. Alfred J. Ayer, « The conception of probability as a logical relation », dans *The Problem of Knowledge* (New York Penguin, 1956), pp. 67-73.

EXAMEN CRITIQUE DE LA PROBABILITÉ PERSONNELLE

Ma principale assertion en faveur de la probabilité personnelle est celle-ci : la théorie de la préférence dont la probabilité personnelle est un aspect, est un cadre propre à discipliner notre conduite et nos attitudes face à l'incertain. Dans quelle mesure peut-on défendre cette assertion ? C'est là, naturellement, une question à débattre et à soumettre à l'expérience ; ce n'est qu'après l'avoir examinée que nous pourrions aborder la question naturelle, mais secondaire, des rapports entre la probabilité personnelle et la probabilité.

Sauf pour ce qui est du critère de cohérence, la théorie de la préférence ne fait aucune distinction entre la bonne et la mauvaise opinion. Elle ne blâme pas le voisin qu'on trouve superstitieux ou paranoïaque, ni ne reconnaît aucune notion d'inférence correcte à partir de données au-delà de ce qu'impliquent la définition et l'analyse de la probabilité conditionnelle. Certains trouvent dans cette largeur de vue un argument décisif contre cette théorie. Deux sortes de réponses s'imposent d'elles-mêmes. Primo, une théorie qui fait bien certaines choses ne doit pas être rejetée pour la seule raison qu'elle ne fait pas tout. Secundo, une personne cohérente, fermement convaincue, mais sans entêtement, que le nombre 13, par exemple, lui porte chance à la roulette, changerait d'avis si elle perdait trop fréquemment en pariant sur ce nombre. La théorie exige ainsi que les tenants d'opinions extrêmement diverses en viennent à s'accorder étroitement entre eux quand ils se trouvent devant certaines évidences communes. Cela seul me semble un modèle adéquat de l'objectivité couramment attribuée à la connaissance scientifique.

Parfois, les théories statistiques fondées sur un concept fréquentiste de la probabilité sont appelées « objectives » et la théorie statistique basée sur la probabilité personnelle est appelée « subjective ». C'est bien naturel car les probabilités d'une bonne théorie fréquentiste seraient objectives et les probabilités personnelles sont visiblement subjectives. Mais l'emploi des théories statistiques fréquentistes, implique également des jugements subjectifs, comme le reconnaissent généralement leurs défenseurs. Dans ce genre de théories, les jugements subjectifs ne suivent pas totalement cette discipline méthodique, la cohérence qu'exige la théorie de la préférence. D'où le paradoxe suivant : d'enthousiastes fréquentistes reprochent aux statisticiens personnalistes de s'occuper d'opinions plutôt que de faits, bien que leur propre théorie de la statistique se révèle en fait plus subjective que la théorie personnaliste et finisse par s'identifier virtuellement à cette dernière lorsque certains critères de cohérence sont acceptés ¹.

Les défenseurs de ce que j'ai appelé les conceptions *nécessitaristes* de la probabilité espèrent en fait améliorer le concept de la probabilité personnelle en trouvant des règles régissant la probabilité d'un événement (ou proposition) à la lumière d'un autre, règles qui soient suffisamment strictes pour ne laisser aucune place aux différences individuelles, étant donné une connaissance commune. Ce programme serait-il possible, il ne pourrait être qu'apprécié ; mais ses prosélytes avouent être encore loin de leur objectif. Aucune démarche dans ce sens ne me paraît valable et il pourrait même être « démontré » qu'aucune n'est possible. Les tentatives pour construire la probabilité nécessaire semblent généralement influencées, explicitement ou implicitement, par la notion douteuse, soutenue par Wittgenstein dans son « *Tractatus* », des propositions atomiques présentées comme les propositions naturelles et irréductibles dont toutes les autres sont des disjonctions. Les théories nécessitaristes sont basées, fatalement semble-t-il, sur des notions de symétrie telles que la connaissance de chacune de deux ou plusieurs choses est exactement la même à tous les points de vue. Cependant, l'opinion selon laquelle les caractères qui distinguent les objets ou événements similaires sont irrelevant est vraiment subjective ; elle n'a jamais reçu et, à mon avis ne peut recevoir, aucune justification objective valable. Une construction réussie de la probabilité nécessaire nierait justement, il me semble, ce qu'il y a de plus convaincant dans le scepticisme de Hume. Les théories nécessitaristes modernes, découlant comme elles le font d'idées anciennes et

1. Leonard J. Savage, « The foundations of statistics Reconsidered », pp. 575-586, dans *Proceedings of the Fourth* (1960), Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, vol. I, ed. Jerzy Neyman (Berkeley University of California Press, 1961).

simplistes des cas également probables, sont destinées à éviter certains désastres bien connus, mais ne réussissent qu'à les retarder.

Selon une critique fréquente, la probabilité d'un événement chez une personne sera élevée si cette personne désire cet événement et faible dans le cas contraire, ou bien, en fonction de son tempérament, ce sera exactement l'inverse ; ainsi, on pense que la théorie de la probabilité personnelle encourage les erreurs de l'optimisme et du pessimisme. Ce sont effectivement des erreurs et il est vrai, psychologiquement, que l'on ne peut s'en défendre par le seul soin de la logique comme il est possible en principe de le faire contre les erreurs ordinaires. La théorie de la préférence, cependant, par sa structure même, nous incite à estimer les probabilités des événements indépendamment de toutes conséquences réelles qu'elles peuvent avoir pour nous, en ne considérant que certaines conséquences hypothétiques. Cela incite à une comparaison exempte de passion, bien que naturellement, les hommes de chair et de sang ne peuvent toujours s'y tenir.

Gravitant comme elle le fait autour de la joie et de la douleur, du profit et de la perte, la théorie de la préférence est souvent considérée comme trop matérialiste pour guider la science pure ou la curiosité désintéressée. S'il existait effectivement un monde de l'action et un monde de l'intellect qui en soit séparé, et si la théorie de la préférence se révélait être un bon guide pour le premier mais nettement plus mauvais qu'un autre pour le second, son champ d'application, bien que limité, n'en resterait pas moins d'un intérêt et d'une importance considérables ; mais cette double possibilité ne me paraît guère plausible et n'est pas soutenue par les théories qui s'en réclament. Naturellement les biens et les maux auxquels se réfère cette théorie ne sont pas nécessairement matériels, mais peuvent traduire les aspirations les plus héroïques ou les plus viles. Le problème philosophique est de savoir comment la théorie peut agir sur les situations dans lesquelles toute espèce de motivation semble inapplicable. Pour ma part, peut-être sans raison valable, je peux difficilement imaginer parier à chances égales contre A , plutôt que pour A (si un tel choix m'était imposé) dans le cas où je suis sûr de A du point de vue de la science pure ou de la curiosité désintéressée.

Pour illustrer cela par une question suffisamment gratuite : César portait-il une toge neuve lorsqu'il fut assassiné ? Je pense que non ; vous aussi peut-être, et des raisons sont faciles à trouver. Par suite un titre valant dix dollars au cas où la toge était neuve vaudrait environ un dollar pour moi. Le doute profond et l'envie de vendre sont pour moi inextricables. La notion de cette préférence hypothétique pour la vente implique des possibilités purement spéculatives qui sont philosophiquement embarrassantes. De telles possibilités semblent essentielles à l'ensemble de la théorie et non pas seulement aux applications de cette théorie à une curiosité désintéressée. S'il faut ou non le déplorer et comment y remédier, ce sont là questions auxquelles je ne peux actuellement répondre.

Certains personnalistes et nécessitaristes sont totalement à l'abri des critiques de matérialisme qui leur sont adressées, car, pour eux, que A soit plus probable que B pour Mr. Smith leur paraît être une notion intuitive et inanalysable. On les a soupçonnés à juste titre, cependant, de ne pas savoir de quoi ils parlaient. A quoi peut donc servir leur concept inanalysable, que ce soit pour le monde de l'action ou celui de l'intellect ? Cette divergence entre deux formes de personnalisme, si aiguë lorsqu'on y regarde de près, n'a cependant jamais été jusqu'à la rupture ni n'a empêché quiconque de les accepter simultanément.

L'intérêt sans intérêt matériel n'est pas dénué de signification, pourtant, aussi pure que soit la science d'un chercheur, ce dernier doit retomber sur terre s'il se demande comment il va employer son temps, pour ne pas parler de son argent ou de celui de l'état.

La probabilité personnelle peut-elle se réclamer du nom de « probabilité » ? Est-elle seule à avoir ce droit ? Ces questions, je l'ai dit, sont relativement secondaires, mais nous serons amenés à les poser tôt ou tard et leur examen nous familiarise avec la probabilité personnelle.

La probabilité personnelle possède un grand nombre d'attributs suggérés par le mot « probabilité » ; c'est une mesure de probabilité (au sens mathématique) qui contribue à guider l'action. Selon une supposition naturelle et, étant donné les controverses, gênée, il existerait plusieurs sortes de probabilité, mais je suis incapable de partager ce point de vue.

Dans un sens trivial, il existe effectivement plusieurs sortes de probabilités, car les propriétés mathématiques de la probabilité s'appliquent à de nombreuses choses n'ayant aucun rapport, mais seulement un parallélisme formel, avec toute notion extra-mathématique de probabilité. Par exemple, la répartition de la masse totale des meubles de cette pièce serait une probabilité mathématique. Mais lorsqu'on parle sérieusement de plusieurs interprétations valables de la probabilité, on a en vue des interprétations qui concernent l'incertitude, ou le comportement indéterminable : Carnap, par exemple,

suggère de reconnaître à la fois une probabilité nécessaire et une probabilité fréquence. D'autres, tout en respectant la notion de probabilité personnelle, pensent qu'une probabilité fréquence est également significative et importante. Ceux qui avancent des points de vue pluralistes semblent généralement tenir pour acquis que les différentes sortes de probabilités ont quelque chose à voir entre elles ; ils ne paraissent pourtant pas approfondir ces relations. Ils trouveraient sinon, je pense, qu'une espèce de probabilité contient les autres comme cas particuliers. De toute manière, c'est une conclusion proche de celle des personnalistes radicaux comme moi.

Chaque tentative pour définir la probabilité se fonde naturellement sur quelque chose d'authentique dont toute analyse exhaustive doit tenir compte. Par exemple, des calculs de probabilités s'appuient souvent sur le jugement que certains événements sont également probables ; ces situations évoquent la symétrie et plus récemment les définitions nécessitaristes de la probabilité. Certainement aussi, l'observation d'une partie importante d'une suite encore plus longue d'événements considérés comme semblables (dans un sens qui va être bientôt précisé) nous amène à évaluer la probabilité de chaque événement de la suite non encore réalisé, comme pratiquement égal à la fréquence des succès obtenus : le rapport du nombre de succès au nombre d'essais, dans les événements déjà réalisés. De telles situations évoquent les définitions fréquentistes de la probabilité. Le personnaliste interprète ces deux sortes de phénomènes en termes de probabilité personnelle.

Si par exemple, une personne estime que dans une situation donnée, chaque carte d'un jeu a la même probabilité d'être tirée, cette probabilité doit être de $1/52$, la probabilité de tirer une carte de couleur rouge doit être de $1/2$, etc. Mais, pour ces jugements de symétrie, un critère définitif d'objectivité semble évanescer comme un feu-follet. Chacun ne peut compter que sur soi-même, et ne peut juger qu'en fonction de ses opinions et expériences antérieures.

Quant aux points de vue fréquentistes, ils nous semblent présenter de graves cercles vicieux ou des lacunes. Une excellente analyse de la situation évoquant les idées de fréquence a été faite par de Finetti, (*op. cit.*) et bien qu'elle soit trop longue et trop mathématique pour être complètement reprise ici, quiconque conteste sérieusement que la probabilité personnelle renferme l'aspect valable de la notion fréquentiste devrait y répondre. Certains arguments, brefs et faciles à exposer, sont clairs par eux-mêmes. On considère une suite d'événements comme semblables, du point de vue fréquentiste de la probabilité, ou échangeables, exactement lorsque la probabilité attachée à la réalisation simultanée de k événements ne dépend pas de quel ensemble de k événements de la suite il s'agit. Une fois admise cette idée, et un certain nombre d'autres idées, que l'on peut décrire sommairement en parlant d'une attitude d'esprit quelque peu ouverte quant à la fréquence de succès dans tout sous-ensemble d'événements, la probabilité de tout événement de la suite, sachant les résultats de nombreux autres, doit être à peu près égale à la fréquence de succès des événements observés. Encore une fois, les calculs familiers sont basés sur un jugement de symétrie qui est un cas particulier des jugements de probabilité personnelle.

Cette analyse des notions fréquentistes peut être poursuivie. Après avoir observé un grand nombre d'événements dans une suite échangeable, la personne cohérente, ayant au départ l'esprit un tant soit peu ouvert, finira nécessairement par croire que la fréquence de succès déjà observée est proche de toutes celles que l'on pourra observer ultérieurement dans un avenir indéfini.

Pour résumer mon point de vue, les difficultés fondamentales qu'entraîne la définition de la probabilité personnelle sont moindres que celles que l'on rencontre dans les autres façons de définir la probabilité, et la part de vérité contenue dans les autres tentatives de définition s'exprime correctement dans la théorie de la probabilité personnelle.

L'INDUCTION EST-ELLE RATIONNELLE ?

Dans un article documenté, minutieux et clair, qui m'a été d'une aide inestimable, Wesley Salmon¹ a exposé l'énigme de l'induction, indiqué son histoire et analysé les forces et les faiblesses des tentatives faites pour y répondre ou éluder le problème. Il conclut que cette énigme n'est toujours pas résolue, mais refuse de désespérer et se livre à une comparaison frappante avec le problème du calcul infinitésimal qui ne fut résolu qu'après plus d'un siècle de résistance, pour l'immense bénéfice des mathématiques et de l'esprit humain.

L'énigme de l'induction peut être formulée ainsi : sur quelle base rationnelle reposent nos croyances concernant des choses non observées ?

La théorie de la probabilité personnelle touche au domaine de cette énigme et on peut même considérer qu'elle y répond en partie. Cette théorie prescrit, impérativement je suppose, la façon exacte dont un ensemble de croyances doit changer à la lumière des phénomènes observés.

Elle peut vous faire dire : « Mes opinions d'aujourd'hui sont la conséquence rationnelle de ce qu'elles étaient hier et de ce que j'ai vu depuis hier ». En principe, les opinions de la veille peuvent être rapportées à celles de l'avant-veille, mais même pour un demi-dieu cohérent, capable de retrouver ses opinions actuelles dans ce qu'elles étaient au jour de sa naissance et dans les expériences qu'il a vécues depuis, la théorie de la probabilité personnelle ne prétend pas dire avec quel système d'opinions il aurait dû naître. Elle le laisse donc, comme dirait Hume, sans fondement rationnel quant à ses croyances d'aujourd'hui.

Un tel fondement rationnel peut-il exister ? La théorie elle-même n'en dit rien, mais j'en arrive en l'étudiant à douter qu'il y ait une base rationnelle à nos croyances concernant l'inobservé. En fait, les arguments de Hume et leurs variantes modernes telles qu'on les trouve chez Goodman avec sa discussion sur « bleen and grue »² me semblent justes et réalistes. Que toutes mes convictions ne soient que mes opinions personnelles, quelle que soit l'étroitesse avec laquelle certaines coïncident avec les opinions des autres, ne me semble pas un paradoxe, mais un truisme. L'image grandiose du demi-dieu remontant l'histoire de ses croyances jusqu'au berceau pour n'aboutir qu'à une impasse semble une métaphore valable. S'il existe une base rationnelle aux croyances au-delà de la simple cohérence, alors il existe des opinions particulières qu'un demi-dieu rationnel doit donc posséder dès le berceau. Présentée ainsi, l'idée même d'un tel point de départ me semble aller tout à fait à l'encontre de l'intuition.

Nous comprendrons peut-être mieux si nous cherchons pourquoi la réponse sceptique répugne à tant de gens. Un philosophe demandera : « Pouvez-vous être sincère en disant que vous ignorez que vous avez deux mains ? ». En vérité, je crois assez fortement en mes deux mains pour leur confier ma vie pour un enjeu insignifiant, lorsque je grimpe à une échelle pour regarder autour de moi, par exemple ; ma croyance est presque trop ferme pour me permettre d'imaginer quelle preuve pourrait me convaincre que mes mains n'existent pas. Un degré de croyance aussi élevé ne mérite-t-il pas d'être appelé connaissance ? Non, pas dans l'esprit de cette énigme ; car la question n'est pas de savoir à quel point cette croyance est forte et répandue, mais si elle est rationnelle au sens où penser autrement serait irrationnel.

Passons maintenant à un exemple différent. Si les vingt premières billes tirées d'une boîte sont noires, n'est-il pas rationnel de croire que la plupart des billes de la boîte sont noires ? Pas du tout, les

1. Wesley C. Salmon, « The Foundation of Scientific Inference », dans *Mind and Cosmos : Essays in Contemporary Science and Philosophy*, vol. III, University of Pittsburgh Series in the Philosophy of Science (Pittsburgh, Pa : University Press, 1966).
Wesley C. Salmon, « The Foundation of Scientific Inference » (University of Pittsburgh Press, 1967).

2. Néologisme forgé sur les mots « green » et « blue ». C'est une allusion à des développements de Goodman sur le problème de la communication intersubjective. En fait, l'auteur se réfère ici au phénomène hypothétique suivant, décrit par Goodman : on supposera que toute émeraude observée jusqu'ici a été extraite, soit avant le 1^{er} janvier 1975, et alors elle est verte, soit après le 1^{er} janvier 1975, et alors elle est bleue. C'est ce genre d'émeraude que Goodman qualifie de « bleen ». Voir par exemple, *Anatomie de la Science*, de Scheffler, chapitre VIII, pp. 225 et sq. (traduction de Thuillier), ou mieux : *Nondeductive Inference*, de R. Ackermann, Monographs in Modern Logic, Dover Publications Inc, New York, 1966, pp. 30 et seq. (N. d. T.).

ménagères et autres statisticiens le savent bien. Souvent, les bonnes cerises d'un panier ne se trouvent que sur le dessus ; pourquoi n'en serait-il pas ainsi pour les billes noires ? Cela n'est peut-être pas juste, dans la mesure où l'énoncé original était elliptique et devait être développé. Comment ? en se référant peut-être à la manière dont les billes sont mélangées. Voilà un bon conseil, mais qui s'appuie sur une expérience pratique et matérielle trop importante pour s'intégrer dans une définition fondamentale du rationnel. Nous étions peut-être supposés comprendre qu'à chaque fois, chaque bille de la boîte avait la même chance d'être choisie. Ceci ouvre la voie pour justifier la conclusion (via les événements échangeables), mais la seule interprétation que je connaisse pour les « chances égales » est la symétrie d'opinion.

Même si chaque bille a effectivement la même chance d'être tirée, la conclusion ne s'ensuit toujours pas. Car si, avant les vingt essais, vous étiez persuadé que les billes blanches étaient légèrement plus nombreuses, vous pourriez encore très plausiblement le croire ; par exemple, même si les vingt premiers enfants nés à Shangai l'année dernière avaient été des filles, je resterais assez fermement convaincu que la majorité de tous les bébés nés à Shangai l'an dernier étaient des garçons. Mais supposons, comme pourrait nous y inviter un interlocuteur sceptique, qu'il n'existe pas d'information concernant le contenu de la boîte. Que peut signifier l'absence de toute information pertinente ? L'interprétation correcte d'un esprit totalement dépourvu d'information nous ramène à une version moins grandiose mais pas plus exploitable du demi-dieu dans son berceau, et à l'entreprise douteuse d'une définition de la probabilité nécessaire.

Partir non seulement sans information initiale, mais encore sans aucune opinion initiale, qu'elle soit personnelle ou objective, tel est le slogan de la plupart des statisticiens fréquentistes. Parmi les efforts entrepris selon ce principe, on distingue au moins deux orientations importantes : la probabilité fiduciaire, telle qu'on la trouve dans l'ouvrage de Fisher en 1956 et antérieurement à cette date ; et le comportement inductif opposé à l'inférence inductive, tel que l'a introduit Neyman en 1938 ¹. Aucune de ces deux orientations ne me semble couronnée de succès. La première apparemment tend à répondre à la difficulté en certains cas, mais sa prétention à la rationalité opposée à la simple objectivité m'échappe et peut-être ses défenseurs n'insisteraient-ils pas sur ce point. La seconde cherche à éviter la difficulté en mettant l'accent sur le comportement opposé à l'opinion, mais la question peut être posée avec autant d'acuité pour le comportement que pour l'opinion. En fait, ceux qui adoptent cette position sont encore plus subjectifs que nous, personnalistes.

Si l'induction n'a pas de fondement rationnel, pourquoi l'induction réussit-elle ? Comme j'ai essayé de le montrer par des exemples, on n'a en réalité élaboré aucune méthode qui soit bien définie et qui réussisse. C'est plutôt une méthode vaguement définie, un art général et sans cesse ramifié que nous approchons tous plus ou moins bien. Bien entendu, la logique elle non plus ne peut être décrite complètement ; s'il y a là réellement une analogie, je ne peux que poser la question, mais l'analogie est certainement loin d'être parfaite et ne rend pas l'induction plus rationnelle.

Si toutes les opinions cohérentes doivent être également respectées, pourquoi l'astronomie vaut-elle mieux que l'astrologie ? Si votre optique des choses et les faits (nous supposons que ces derniers nous sont communs, à vous et moi) vous conduisent à croire que l'astrologie est efficace, alors la raison seule ne peut ébranler votre position. En fait, pratiquement tous ceux d'entre nous qui n'accordent aucun crédit à l'astrologie, le font pour de vagues et subtiles raisons ; peu de gens l'ont mise directement à l'épreuve, l'ont prise en défaut ou y ont même seulement réfléchi avec soin. Saint Augustin s'en est un peu occupé, surestimant peut-être le fait que lui-même et le fils de l'esclave de sa mère étaient nés au même moment. Jung ² était ouvert à l'astrologie et se livra à un test empirique de ce qu'il considérait comme une de ses prédictions. Le test se révéla difficile à apprécier, mais en principe, bien que Jung et moi différions grandement dans nos points de vue, nous aurions suffisamment de choses en commun pour qu'un meilleur test eût très bien pu nous amener à la même opinion sur l'aspect de l'astrologie soumis au test — opinion négative, je le parierais.

1. Sir Ronald A. Fisher, *Statistical Methods and Scientific Inference* (New York : Hafner, 1956).

Jerzy Neyman, « L'estimation statistique, traitée comme un problème classique de probabilité », pp. 25-27, de *Actualités Scientifiques et Industrielles*, 739 (Paris : Hermann et Cie, 1938).

2. Carl G. Jung, « Synchronizität als ein Prinzip akausaler Zusammenhänge », *Naturerklärung und Psyche* (Studien aus dem C. G. Jung-Institut, IV, Zurich : Rascher, 1952). Traduction anglaise « Synchronicity : An Acausal Connecting Principle », pp. 417-552 dans *Structure and Dynamics of the Psyche*, vol. VIII des *Collected Works*, édités par H. Read et al., traduits par R. F. G. Hull (New York, Panthéon, 1960).

LES PROPOSITIONS UNIVERSELLES

Comment connaissons-nous les propositions universelles ? Certains philosophes semblent considérer cette question comme la première et la plus simple à poser sur l'induction ¹. Il semble pourtant que ce soit une question difficile et compliquée, car sans l'aborder, nous avons déjà parlé de l'induction et les propositions universelles diffèrent grandement les unes des autres par leur nature et leur rôle.

Puisque je ne vois aucun fondement objectif à une croyance particulière, en dehors de l'expérience immédiate, je ne vois non plus aucune raison de croire à une proposition universelle si ce n'est à une proposition tautologique, étant donné ce qui a pu être observé, comme c'est le cas lorsqu'il s'agit d'une conclusion purement mathématique ou quand tous les exemples possibles ont été examinés. La réflexion sur la signification et le rôle des propositions universelles, en particulier, à partir d'exemples, fera apparaître quelques points intéressants plus ou moins rattachés à l'induction, bien qu'ils aient peu de chance d'être nouveaux pour certains d'entre vous.

De façon assez ironique, la proposition universelle la plus « classique » « tous les hommes sont mortels » est loin d'être la moins compliquée ; un trait qui la complique encore rend cette proposition particulièrement inquiétante. « Smith n'est pas mortel » est aussi une proposition universelle et (dans son sens ordinaire et matériel) ne s'oppose pas simplement à ce que nous croyons au sujet des gens, mais à ce que nous pensons du système solaire et de la galaxie.

Considérons des généralisations plus modestes sur la fragilité de l'homme. Un homme a-t-il déjà vécu plus de n années ? Pour $n = 100$, certainement ; pour $n = 150$, c'est possible, pour $n = 200$ probablement pas ; pour $n = 500$, certainement pas. Ces réponses expriment de façon sommaire ma propre probabilité personnelle. La vôtre n'est pas nécessairement la même. Cet exemple montre que ce que nous appellerions généralement connaissance d'une proposition universelle est l'acceptation avec une probabilité élevée d'un universel au domaine fini ou de nombreuses propositions de ce type spécifiées d'une manière vague. Ma conviction selon laquelle aucun homme n'a jamais vécu 500 ans se trouve naturellement justifiée dans la mesure où les arguments que je peux alléguer convaincraient de nombreuses personnes, nonobstant la réputation de Mathusalem. Mais, comme dans toute autre induction, on ne peut donner une justification de cette proposition au sens où celui qui la rejette commet une erreur comparable à une faute logique.

Un homme vivra-t-il jamais 1 000 ans ? On peut difficilement imaginer tout ce qu'il faudrait envisager pour répondre à cette question. Essayons de substituer au mot « jamais » la phrase « durant les n prochaines années ». Pour des valeurs modérées de n , l'hypothèse ne semble pas dénuée de signification. On peut concevoir, bien que cela me paraisse peu probable, que durant les prochaines décennies, on verra apparaître de tels moyens de lutte contre la sénescence que des durées de vie de 1 000 ans deviendront plausibles pour certains hommes vivant à ce moment. La probabilité de tels progrès technologiques est naturellement plus élevée pour les 100, 1 000 ou 10 000 années à venir. Mais, même si l'on se montre plutôt tolérant à l'égard de questions purement hypothétiques, spéculer sur des centaines de milliers pour ne pas dire des centaines de millions d'années à venir pour l'humanité, perd toute espèce de signification.

Toutes les émeraudes sont-elles vertes ? Si l'on entend par « émeraude » une certaine sorte de pierre verte, la réponse est alors par convention « oui ». Mais peut-être les géologues désignent-ils par « émeraude » un objet tel que, pour eux, il y ait déjà des émeraudes qui ne soient pas vertes, ou du moins la possibilité de telles émeraudes n'est-elle pas interdite par convention.

Ce que nous venons de dire concernant le vert des émeraudes pourrait s'appliquer au noir des corbeaux, ce qui suggère encore d'autres remarques. Le fait que ce serait une mauvaise plaisanterie que

1. Jean Nicod, « The Logical Problem of Induction » (édition originale en français, Paris, 1923) dans *Foundations of Geometry and Induction* (New York : Harcourt, Brace and World, 1930).

de peindre un corbeau d'une autre couleur nous permet de souligner une fois de plus quelle énorme quantité de choses est plus ou moins implicite dans les propositions apparemment les plus simples du langage de tous les jours. Si l'on dit que tous les corbeaux sont noirs, veut-on dire qu'il n'existe pas de corbeaux albinos ou seulement que l'échec classique de la généralisation concernant les cygnes blancs ne risque pas de se reproduire dans quelque nouvelle Australie où toute la gent corbeau serait blanche ? Pour moi, il peut bien exister un corbeau albinos, et il pourrait bien exister aujourd'hui, pour ne pas anticiper sur le futur, une île où tous les corbeaux seraient albinos. Ou bien, on peut concevoir qu'un biologiste d'aujourd'hui ou de demain en vienne à montrer de façon convaincante qu'aucun corbeau ne peut être atteint d'albinisme. Que nous ayons vu, mes voisins et moi, des millions de corbeaux, tous de couleur noire, ne contribue pas beaucoup à établir que tous les corbeaux sont noirs dans un sens très large, en admettant même que nous puissions reconnaître un corbeau brun avec la poitrine rouge si nous en voyons un. Pourtant nous pouvons fort bien être persuadés que les mille prochains corbeaux qu'il nous sera donné de rencontrer lors de nos randonnées habituelles seront noirs. (Information de dernière heure : l'*Encyclopédie Britannique* mentionne une espèce de corbeaux gris en Angleterre.)

Vous pouvez savoir que toutes les balles de golf d'une boîte sont blanches, « savoir » étant pris au sens pratique et quotidien, en regardant à l'intérieur de la boîte ouverte et en examinant la demi-douzaine de balles qui s'y trouvent. Cela même n'est pas la connaissance avec un grand C. Vous ne pouvez éviter à la fois les risques d'hallucination, de fatigue et des jeux de lumière — point sur lequel il me faudra revenir. La présence de plusieurs balles au lieu d'une seule n'est pas vraiment ici un point intéressant ; le mot « toutes » dans notre exemple est trivial.

Environ 51% des enfants nés vivants à Boston sont des garçons. De telles généralisations de fréquence semblent étroitement liées aux propositions universelles et un grand nombre des phénomènes mis en évidence à ce propos s'appliquent encore. Ainsi, interprétée dans un sens strict, la proposition pourrait se ramener tout simplement à l'énoncé d'un fait déjà observé ; interprétée dans un sens trop large elle pourrait entraîner des prévisions du genre science fiction qu'aucun d'entre nous ne hasarderait vraiment. Une situation idéalisée où cette proposition pourrait être justifiable d'un point de vue personnel est la suivante. On admet que la proposition se rapporte à une classe déterminée de naissances d'enfants vivants considérés comme des événements échangeables, tels les enfants nés vivants à Boston en 1967 de jeunes femmes primipares, tous les nés vivants à Boston en 1967, tous les nés vivants à Boston dans le passé, tous les nés vivants à Boston de l'an 1 000 à l'an 2 000 de notre ère, etc. Plus grande sera la classe, plus grossière sera l'hypothèse d'échangeabilité. Si, avant de vous livrer à des observations, vous n'êtes pas trop réfractaire à l'idée que la fréquence est au voisinage immédiat de 51% et si vous trouvez 51% de garçons dans un échantillon de 10 000 ou davantage, alors la cohérence exigera que vous soyez tout à fait sûr que la fréquence de garçons dans tout l'ensemble (la population) est à moins de 1% près la même que dans l'ensemble observé (l'échantillon). En pratique, il se peut que l'hypothèse d'échangeabilité ne traduise que grossièrement votre opinion, mais assez bien cependant pour justifier la conclusion.

Une généralisation de fréquence, comme les propositions universelles et les théories de la science, n'est pas fondée seulement sur une ligne d'évidence, mais sur tout un réseau d'évidence. Les taux de masculinité, par exemple, varient plus que ne le justifie le hasard, d'une communauté et d'une circonstance à l'autre, mais ils ont toujours été proches des 51%. Aussi, loin d'être prévenu au départ contre l'idée d'appliquer cette valeur de la fréquence à Boston, il se trouve que j'ai un préjugé en sa faveur.

Evidemment, mon attitude envers les propositions universelles tend à être réductionniste. J'en viendrais à les traiter comme des propositions elliptiques et souvent plus ou moins délibérément ambiguës, exprimant une variété de conjonctions finies. Mais je dois reconnaître une difficulté de taille dans ce programme réductionniste. N'importe quelle proposition ayant une forme ostensiblement particulière, telle que « cette balle est rouge » est exprimée et comprise de façon à impliquer bien des choses non encore observées ; et en fait bien des propositions qui seraient ordinairement considérées comme des propositions universelles. Par exemple : « cet objet paraîtra rouge pour moi et pour d'autres chaque fois qu'il sera examiné à la lumière du jour pendant une période à venir indéterminée ». « Il a environ le même diamètre dans toutes les directions ». « Il ne va pas changer de forme si on n'y touche pas », etc. On peut tenter d'exprimer des propositions plus prudentes telles que « je vois blanc dans le quadrant supérieur gauche » espérant ainsi ne pas être abusé par les apparences, dans la mesure où l'on ne rapporte que des apparences. Mais les propositions universelles s'introduisent même lorsqu'on exprime ainsi des données sensorielles. Les notions de « je », « supérieur », « droite », et « blanc » semblent toutes tirer leurs significations de l'expérience et de l'ordre qu'elle suggère. Je ne peux même pas imaginer des communications si l'on ne s'attend pas à voir cet ordre se poursuivre dans les choses qui n'ont pas encore été

perçues. Bien sûr, chaque proposition universelle implicitement contenue dans une proposition ostensiblement particulière peut être elle-même soumise à l'analyse, qui permet de réduire, comme nous l'avons vu, les autres propositions universelles, mais les éliminer toutes à la fois me semble un idéal impossible à atteindre. Nous sommes parvenus une fois de plus, mais en suivant une voie différente, au point où les personalistes se séparent des nécessitaristes, car ils n'attendent aucune solution au problème de la « tabula rasa ».