MATHÉMATIQUES ET SCIENCES HUMAINES

ERNEST COUMET

# À propos de la ruine des joueurs : un texte de Cardan

*Mathématiques et sciences humaines*, tome 11 (1965), p. 19-21
<http://www.numdam.org/item?id=MSH_1965__11__19_0>

Ernest COUMET

## A PROPOS DE LA RUINE DES JOUEURS : UN TEXTE DE CARDAN

Dans le numéro 9 (Hiver 1964) du Bulletin, J. Bouzitat et G.-Th. Guilbaud ont parlé du problème de la ruine des joueurs. Il nous a paru intéressant de signaler à ce propos un texte, antérieur de plus d'un siècle aux recherches de Pascal, Fermat, et Huygens, qui s'il n'y est pas fait explicitement mention de la ruine d'un des joueurs, n'en pose pas moins un problème analogue. Ce texte, dont nous proposons plus loin une traduction, se trouve dans la

**PRACTICA ARITHMETICAE GENERALIS OMNIUM COPIOSISSIMA & UTILISSIMA,**
Chap. LXI, S 17, de Cardan, publiée en 1539 (1).

"Mes livres sur les jeux? Pourquoi un joueur de dés qui est écrivain, n'écrirait-il pas sur les jeux? Et peut-être, ainsi qu'on a coutume de le dire, est-ce à la griffe qu'on connait le lion" (2). Joueur de dés, Cardan le fut avec passion; ainsi qu'il le confesse ailleurs dans le récit si coloré de sa vie, il y joua vingt cinq ans: "et je ne veux pas dire seulement de temps en temps au cours de ces années, mais j'ai honte de le dire, chaque jour" (3). Quant à sa griffe de joueur assidu et subtil, on la reconnait aisément dans son Traité De Ludo Aleae, qui ne fut édité qu'au XVIIe siècle, dans les Opera omnia: c'est à première vue un fatras où un philosophe (qui n'oublie pas qu'il est aussi astrologue) juxtapose des remarques d'ordre très divers; mais lorsqu'il analyse la psychologie des joueurs, et l'esprit inventif des tricheurs, lorsqu'il étudie différents jeux en honneur de son temps, c'est bien de son expérience personnelle qu'il s'inspire. Tout cela cependant serait de moins d'intérêt si Cardan n'avait été également un des plus grands mathématiciens du XVIe siècle: on le sent lorsqu'il dénombre les différents cas possibles qui peuvent se présenter lorsqu'on jette un, deux, ou trois dés, et qu'il cherche à déterminer les règles qui permettront de juger si un jeu donné est ou non équitable.

Dans sa PRACTICA..., Cardan a donné également une solution du problème que, depuis Pascal, on appelle traditionnellement le problème des partis. Nous devons en dire un mot, car c'est à cette solution que s'en rapporte ci-dessous Cardan, lorsqu'il fait intervenir de manière assez inopinée "la progression de 4". Comme cela se pratiquait couramment chez les arithméticiens du XVIe siècle, il nous donne la règle générale sous la forme d'un exemple. "Deux joueurs jouent en 10 points; le premier en a déjà 7, le second 9. Il faut retrancher 9 de 10, il reste 1; la progression de 3 ["progressio.3" : 1 + 2 + 3] est 6; celle de 1 est 1; si

(1) Pp 112 - 113 du tome IV des Opera omnia ...., de Cardan, publiés en 1663.
(2) Cardan "Ma vie", traduction de Jean Dayre, Paris, 1935, p. 146.
(3) Id., P. 48.

l'on divise la somme totale déposée en 7 parties, on en donnera 6 parties à celui qui a 9 points et 1 partie à celui qui en a 7". Autre exemple: si l'on joue en 10, que l'un ait 3 points et l'autre 6, on divisera la mise totale en 38 parties et on en donnera 28 parties à celui qui a 6 points $(1 + 2 + \ldots + 7 = 28)$ et 10 parties à celui qui en a 3 $(1 + 2 + 3 + 4 = 10)$. Autrement dit, s'il manque n points à Primus, et p points à Secundus, ils doivent recevoir respectivement

$$\frac{1 + 2 + \ldots + p}{(1 + 2 + \ldots + p) + (1 + 2 + \ldots + n)} \text{ et } \frac{1 + 2 + \ldots + n}{(1 + 2 + \ldots + p) + (1 + 2 + \ldots + n)}$$

de la mise totale.

Cardan est le seul auteur qui, avant Pascal, ait vu qu'il ne fallait tenir compte que des points qui manquent. C'était là une découverte plus difficile à faire qu'il n'y parait à première vue, car les règles de partage les plus familières de l'arithmétique commerciale invitaient à ne prendre en considération que les points acquis. Aussi conviendrait-il d'en rendre un peu hommage à Cardan, s'il est vrai, comme le dit P. Massé que le "trait de génie" de la méthode pascalienne fut de "procéder en sens inverse du cours du temps, .... de déterminer le présent à partir de l'avenir" (1).

Mais surtout, et bien que sa solution soit fautive (2), le principal mérite de Cardan est d'avoir clairement énoncé le critère général auquel se reconnait un "parti juste": "si, le partage une fois effectué, les joueurs se remettaient à jouer, ils devraient miser la même somme que celles qu'ils avaient reçue, lorsqu'ils se sont arrêtés de jouer".

## Texte de CARDAN

Un pauvre se rendait chaque jour chez un riche pour y jouer une pièce d'or dans les conditions suivantes: lorsque le pauvre perdait sa pièce d'or, il cessaît de jouer; s'il était vainqueur, il continuait de jouer, et le riche en ce cas, misait à chaque nouvelle partie une somme égale à celle que le pauvre avait en main; et ainsi de suite jusqu'à ce qu'ils aient joué quatre parties: après quoi, ils cessaient de jouer.

Ainsi, par exemple, le riche misait une pièce d'or; s'il gagnait la première partie, le jeu cessait pour ce jour là. S'il la perdait, le pauvre avait alors en main 2 pièces: donc le riche en misait également 2, et s'il gagnait la seconde partie, le jeu, encore ici, était terminé. S'il la perdait, le pauvre avait en main 4 pièces, aussi le riche en misait-il lui même 4. En poursuivant de la sorte, il en misait 8 à la quatrième partie. Si par conséquent, il gagnait cette dernière, le pauvre perdait les 7 pièces qu'il avait acquises auparavant, ainsi que la pièce

(1) "En lisant Pascal", Revue Française de Recherche Opérationnelle, 1962, N° 24, P. 201.

(2) Quant au choix de cette solution, nous nous permettons de renvoyer à l'interprétation que nous en avons donnée dans un article à paraître dans les Archives Internationales d'Histoire des Sciences.

qui lui appartenait en propre; et dans le cas contraire, le pauvre emportait 16 pièces, dont il y en avait naturellement 15 qu'il avait gagnées en sus de la sienne.

En supposant qu'ils continuent à jouer de cette façon, pendant plusieurs mois, à chance et à science du jeu égales, on demande quel est celui des deux qui joue à la meilleure condition, et de combien pour cent est son avantage.

La réponse est claire: la progression de 4 est 10, ["progressio. 4 est 10 : $1 + 2 + 3 + 4 = 10$]; donc, la somme que met en jeu le riche ne devrait pas être différente de 10 pièces d'or. Or on a vu plus haut qu'il en perd 15; par conséquent, la condition à laquelle il joue est plus mauvaise que celle du pauvre, et puisque 5 est la moitié de 10, elle est de 50 pour 100 plus mauvaise. En continuant à jouer, le pauvre gagnera donc beaucoup, de sorte que, dans une année, il gagnera 182 pièces d'or, car telle est la moitié de la mise; et si les chances étaient inégales, son gain serait même de loin meilleur, parce que toute proportion ajoutée à une quantité plus grande et à une quantité plus petite donnera une augmentation plus grande relativement à la plus grande qu'à la plus petite (1); et ainsi, s'il n'y a pas de fraudes, et à science du jeu égale, il serait quasi impossible que le pauvre ne soit pas gagnant. Il est vrai que parfois, la crainte et la joie embarrassent les pauvres, alors que les riches ne jouent pas avec une si grande passion, et jouent donc de manière plus sûre, etc.

---

(1) "quia omnis proportio addita majori et minori aequaliter, auget magis supra majorem quam supra minorem". Cardan veut dire selon nous que si on a 2 nombres a et b, tels que $a < b$, on a, quel que soit l'entier n : $\frac{a}{n} < \frac{b}{n}$; ce qui lui sert d'argument dans un raisonnement très elliptique que nous nous risquerons à interpréter de la manière suivante. Cardan vient de comparer:

- la condition du pauvre dans le jeu dont les règles sont définies au début du texte.
- la condition du pauvre dans le jeu "équitable" où le riche "mise 10 pièces d'or".

Il se demande ensuite ce qui se passerait dans chacun de ces deux cas, si le pauvre avait, plus de chance de gagner que le riche, et il remarque, (en s'appuyant sur la notion qui deviendra plus tard celle d'espérance mathématique et qu'il savait utiliser dans des cas particuliers), que cette augmentation de chance lui serait plus bénéfique dans le premier cas que dans le second. "Et pour peu que la chance favorise le pauvre, voudrait dire Cardan, il gagnera encore beaucoup plus, car le gain que lui procure cette augmentation est d'autant plus grand que la mise que joue en fait le riche est supérieure à 10 pièces d'or".