

CHRISTIAN GOURIEROUX

**La mémoire longue en économie : discussion
et commentaires**

Journal de la société française de statistique, tome 140, n° 2 (1999),
p. 61-64

<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1999__140_2_61_0>

© Société française de statistique, 1999, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société française de statistique » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

LA MÉMOIRE LONGUE EN ÉCONOMIE : DISCUSSION ET COMMENTAIRES

Christian GOURIEROUX *

La littérature sur les modèles à mémoire longue connaît un développement important. Du point de vue théorique, ceci conduit à des études asymptotiques différentes des situations standard. Du point de vue appliqué, la persistance de la mémoire semble présente et induit des méthodes de prévision, des procédures de contrôle ou des stratégies financières spécifiques.

1. DES FAITS STYLISÉS

Comme le soulignent S. Lardic et V. Mignon, une décroissance lente des autocorrélogrammes est observée sur un grand nombre de séries macroéconomiques ou financières. Pour ces dernières ce fait concerne aussi bien les séries de rendement, de taux d'intérêt, de volatilité, que de durées entre transactions ou de volumes échangés.

Une autre observation fréquente est le manque de stabilité des ordres fractionnaires estimés, lorsqu'on modifie la fréquence des observations, la fenêtre de retards servant à l'estimation ou lorsqu'on transforme les données de façon non linéaire.

Finalement, dans les applications financières, les prévisions linéaires déduites d'un modèle ARFIMA sont souvent peu précises et guère préférables à celles obtenues sous l'hypothèse de marché efficient [voir par exemple la remarque de S. Lardic et V. Mignon au paragraphe 5.1.1.2].

Considérant comme acquise la faible décroissance des autocorrélogrammes, n'en tire-t-on pas des conclusions trop hâtives sur la dynamique du processus ? Deux modèles dynamiques différents sont en effet discutés :

- un modèle fractionnaire faible, où le bruit blanc est faible, c'est-à-dire centré, de variance constante, non corrélé ;
- un modèle fractionnaire fort, où le bruit blanc est composé de variables indépendantes, de même loi.

Peut-on, de la persistance observée de l'autocorrélogramme, déduire l'existence d'une dynamique fractionnaire forte ? Celle-ci est en effet sous-jacente

* CREST, 15 boulevard Gabriel Péri, 92245 Malakoff cedex
e-mail : gouriero@ensae.fr

aux diverses procédures de tests, aux calculs de prévisions, à l'interprétation de l'efficience de marché.

Ce passage peut être erroné pour deux raisons :

- parce que l'autocorrélogramme estimé présente une persistance qui n'existe pas sur la véritable fonction d'autocorrélation. Ceci pose la question de la qualité des corrélations estimées [voir le commentaire de J. Jasiak dans ce même volume] ;
- parce que le processus est fractionnaire faible, mais pas fractionnaire fort. C'est cet aspect que nous allons discuter.

2. PROCESSUS FRACTIONNAIRES FORTS ET SÉRIES FINANCIÈRES

Plusieurs arguments peuvent être invoqués pour montrer l'incompatibilité entre l'hypothèse de processus fractionnaire fort et les séries financières disponibles. Ils sont financiers et statistiques.

Comme l'indiquent S. Lardic et V. Mignon, si les prix d'actifs sont fractionnaires forts, il y a un écart persistant entre les prix de marché et les « valeurs fondamentales ». Les investisseurs peuvent alors utiliser des stratégies financières de gestion de portefeuille pour profiter de cet écart et obtenir des gains considérables sans risque. Evidemment, ils ne peuvent trouver de contreparties, c'est-à-dire d'investisseurs acceptant des pertes importantes certaines. Rogers (1997) a montré de façon rigoureuse que l'hypothèse de prix fractionnaires forts impliquait de telles opportunités [dites opportunités d'arbitrage] et était de ce fait incompatible avec l'existence même des marchés.

D'autres arguments sont d'ordre probabiliste ou statistique. Ainsi un processus fractionnaire fort stationnaire a nécessairement un support non borné (sauf dans le cas dégénéré d'un bruit nul) (voir e.g. Jasiak (2000)). Ceci se comprend facilement, si nous considérons un processus fractionnaire : $(1 - L)^d Y_t = \varepsilon_t$ et un bruit pouvant prendre les valeurs $+1$, -1 avec probabilité $1/2$. Si nous

désignons par a_j , j variant, les coefficients moyenne-mobile : $X_t = \sum_{j=0}^{\infty} a_j \varepsilon_{t-j}$,

nous voyons que le support peut atteindre les valeurs $-\sum_{j=0}^{\infty} |a_j|$, $+\sum_{j=0}^{\infty} |a_j|$

c'est-à-dire $-\infty$, $+\infty$ du fait de la mémoire longue. Ainsi des processus fractionnaires forts ne peuvent être supposés pour des variables positives comme des prix, des volatilités, ou des variables bornées comme des rendements journaliers [les cotations étant automatiquement stoppées lorsque les fluctuations journalières sont trop importantes].

Finalement, on sait que pour un processus fractionnaire fort gaussien, l'ordre fractionnaire d est invariant par transformation non linéaire de la série [Gouriéroux-Jasiak (1999) b] (sauf pour un ensemble de transformations

de mesure nulle]. Or les études sur séries financières de rendements ou de durées entre transactions (voir Granger, Hallman (1991), Ding-Engle, Granger (1993), Corradi (1995), Gouriéroux-Jasiak (1999)), ont montré que le coefficient fractionnaire est très dépendant de la transformation appliquée à la série, plus élevé par exemple pour la valeur absolue du rendement que pour son carré.

3. DYNAMIQUES NON LINÉAIRES

On peut cependant penser qu'il existe bien une persistance de la fonction d'autocorrélation. Cependant cette fonction est un outil d'analyse de dynamiques linéaires, et cette persistance pourrait refléter une dynamique non linéaire à mémoire courte. Davydoff (1969) est le premier auteur à avoir exhibé des processus de Markov non linéaires, donc à mémoire courte, dont la fonction d'autocorrélation présente de la persistance fractionnaire. Cette idée a été prolongée dans une direction importante pour les applications économiques et financières. En effet, des processus présentant des changements de régimes (i.e. des sauts) peu fréquents, ont aussi des fonctions d'autocorrélation à décroissance lente, et la vitesse de décroissance est liée à l'importance de la queue de la distribution de la durée entre sauts [Taqqu, Levy (1986), Cioczek-Georges, Mandelbrot (1995), Labato, Savin (1997), Taqqu et alii (1997), Heath et alii (1997), Granger, Terasvirta (1999), Gouriéroux-Jasiak (1999a), Granger, Hyung (1999), Diebold, Inoue (1999)]. Ainsi la persistance observée pourrait simplement provenir de sauts oubliés dans les modélisations : changements structurels dans les applications macroéconomiques, comportements différents des investisseurs à la hausse ou à la baisse, aspect discret des prix côtés ou arrondis des données... Cette interprétation possible de la persistance observée comme provenant de changements de régimes a des conséquences importantes au niveau de la prévision. Alors que l'hypothèse de processus fractionnaire fort entraîne des formules de prévisions linéaires faisant intervenir beaucoup de retards, l'hypothèse de changements de régimes peu fréquents conduit à faire des prévisions de façon glissante en prenant un nombre assez faible de retards. Cette démarche de prévision est celle habituellement retenue dans la pratique financière. Elle pourrait bien être appropriée, car peu sensible aux changements de régimes et compatible avec la décroissance lente des autocorrélogrammes.

Références

- CIOCZEK-GEORGES R. et MANDELBROT B. (1995) "A Class of Micro Pulses and Antipersistent Fractional Brownian Motion", *Stochastic Processes and Their Applications*, 60, 1-18.
- CORRADI V. (1995) "Nonlinear Transformations of Integrated Time Series : A Reconsideration", *Journal of Time Series Analysis*, 16, 539-549.
- DAVYDOFF J. (1969) "On a Strong Mixing Property for Markov Chains with a Countable Number of States", *Dok. Akad. Nank.* 555R, 187, 825-827.

- DIEBOLD F. et INOUE A. (1999) "Long Memory and Structural Change", Stern Business School, New-York University.
- DING Z., ENGLE R. et GRANGER C. (1993) "A Long Memory Property of Stock Market Returns and a New Model", *Journal of Empirical Finance*, 1, 83-106.
- ENGLE R. et SMITH A. (1999) "Stochastic Permanent Break", *Review of Economics and Statistics*, 81, à paraître.
- GOURIÉROUX C. et JASIAK J. (1998) "Nonlinear Autocorrelograms : An Application to Intertrade Durations", *Journal of Time Series Analysis*, à paraître.
- GOURIÉROUX C. et JASIAK J. (1999 a) "Memory and Infrequent Break", *Economics Letters*, à paraître.
- GOURIÉROUX C. et JASIAK (1999 b) "Nonlinear Persistence and Copsistence", CREST DP.
- GRANGER C. et HALLMAN J. (1991) "Nonlinear Transformations of Integrated Time Series", *Journal of Time Series Analysis*, 12, 207-224.
- GRANGER C. et HYUNG N. (1999) "Occasional Structural Breaks and Long Memory", DP 99.14, Univ of California, San-Diego.
- GRANGER C. et TERASVIRTA T. (1999) "Simple Nonlinear Time Series Model with Misleading Linear Properties", *Economics Letters*, 62,161-165.
- HEATH J., RESNICK S. et SAMORODNITSKY G. (1997) "Heavy Tails and Long Range Dependence in on/off Processes and Associated Fluid Models", *Math. Oper. Research*, à paraître.
- JASIAK J. (1998) "Persistence in Intertrade Durations", *Finance*,
- JASIAK J. (2000) "Models with Heterogenous Autoregressive Coefficients", DP Univ of York.
- LOBATO I. et SAVIN N. (1997) "Real and Spurious Long Memory Properties of Stock Market Data", *Journal of Business and Economic Statistics*, 16, 261-283.
- ROGERS L. (1997) "Arbitrage with Fractional Brownian Motion", *Mathematical Finance*, 7, 95-105.
- TAQQU M. et LEVY J. (1986) "Using Renewal Processes to Generate Long Range Dependence", dans *Dependence in Probability and Statistics*, E. Eberlein and M.S. Taqqu, eds, 73-89, Birkhauser.
- TAQQU M., WILLENGER W. et SHERMAN R. (1997) "Proof of the Fundamental Result in Self-Similar Traffic Modelling", *Computer Communication Review*, 27, 5-23.