

REMZI UCTUM

**Difficultés liées aux estimations des modèles
économétriques de déséquilibre avec rationnements
stochastiques**

Journal de la société statistique de Paris, tome 132, n° 1 (1991),
p. 57-81

http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1991__132_1_57_0

© Société de statistique de Paris, 1991, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

DIFFICULTÉS LIÉES AUX ESTIMATIONS DES MODÈLES ÉCONOMÉTRIQUES DE DÉSÉQUILIBRE AVEC RATIONNEMENTS STOCHASTIQUES

Remzi UCTUM

*Chargé de recherche au CNRS
IEAE/CEMA, Université de Paris-X Nanterre*

ABSTRACT

Difficulties related to the estimation of disequilibrium econometric models with stochastic rationings

This paper presents and discusses some methodological aspects of estimating disequilibrium models in which demands and supplies are stochastic (Maddala and Nelson (1974) or Artus and alii (1984, 1985, 1987) type).

As an introductory framework, the procedure of obtaining a likelihood function out of an initial fix-price rationing model with stochastic trade-offers containing possibly a rationing scheme is described with the sake of pedagogical presentation. The application of the FIML method which requires Newton-Raphson's iterative optimization process is summarized. Computation of the occurrence probabilities of the regimes, as well as the determination of the fundamental of the disequilibrium out of stochastic simulations, are reported.

Some methodological questions which may arise are then discussed. They first concern the hypotheses related to the disturbances. The linear or non-linear specification of the residual terms is shown to be to a great extent up to the model-builder. On the other hand, an important restriction in estimating disequilibrium models is that the distribution of the residuals must be known. The mutual correlation between residuals leads either to introduce joint densities in the likelihood function or to orthogonalize the residuals, but computational difficulties arise then in both cases. The density of an autocorrelated disturbance is also tedious but it can be avoided by considering the contributions of Gouriéroux, Laffont and Monfort (1985) on robustness of consistency of ML estimator under certain restrictions. But to trade econometric theory is not developed sufficiently with regard to autocorrelation in models with two markets. Secondly, the interpretation of some results requires caution. The high sensitiveness of the optimization results may lead to some lack of reliability. The highest probability criterion for determining the prevailing regime is not relevant if the probabilities are close. The stochastic simulations appear to involve problems of representativity regarding the true residuals. Finally, some questions related to the iterative optimizing procedure are discussed.

A convenient starting point for the parameters at the neighborhood of the solution may be obtained by OLS estimates. The standard deviations should be subject to some restrictions because of the well-known unboundedness of the likelihood function.

INTRODUCTION

La méthode économétrique doit faire l'objet d'une réflexion continue et féconde pour être en mesure de répondre aux spécificités souvent de plus en plus complexes des phénomènes économiques étudiés. Dans cette recherche permanente d'un plus grand réalisme dans la formalisation, qui nécessite souvent la mise en œuvre de techniques spécialement adaptées, la part des progrès de la théorie économique est considérable. Ainsi, à la théorie des équilibres non-walrasiens à prix fixes, initiée par Clower (1965) et Leijonhuvud (1968) et développée par de nombreux auteurs dont Barro-Grossman (1971), Bénassy (1975) et Malinvaud (1977), ont succédé moins d'une décade après les premières techniques d'estimation de tels modèles de rationnements quantitatifs proposées par Fair et Jaffee (1972) et par Maddala et Nelson (1974). Par opposition à la théorie walrasienne d'Equilibre Général qui décrit une pure économie de marché, la théorie du déséquilibre introduit le fait que des inégalités entre offres et demandes peuvent temporairement caractériser les marchés en raison de la rigidité à court terme de leurs prix. En vertu du *principe de l'échange volontaire*, les quantités échangées à des prix non-walrasiens s'établissent aux minima des offres et des demandes. Dès lors, l'estimation des paramètres de telles fonctions comprenant la condition *min* rend nécessaire l'élaboration de méthodes plus adaptées – mais aussi plus sophistiquées – que celles habituellement utilisées dans le cas du modèle linéaire et constitue le point de départ de l'économétrie du déséquilibre.

Si l'on comprend que l'avancée de la théorie économique constitue une source privilégiée des progrès de l'économétrie, on peut à juste titre s'interroger sur les motivations qui nous ont conduit à réaliser une étude sur l'économétrie *des modèles de déséquilibre*, alors que le monde traverse une époque caractérisée par l'adoption progressive de nombreuses mesures de libéralisation économique. La justification de ce choix est multiple. Tout d'abord, en dépit de la généralisation progressive des économies de marché, *la théorie du déséquilibre nous semble encore loin d'être devenue une théorie dépassée ou non conforme à la réalité*. La persistance du chômage involontaire depuis les années 1960 dans nombre de pays et l'inefficacité des salaires réels à rééquilibrer les marchés du travail constituent sans doute la justification la plus marquante du non-ajustement systématique des prix de manière à équilibrer instantanément les marchés. Si ce mécanisme régulateur constitue l'apanage de la théorie de l'Equilibre Général et se vérifie effectivement pour certains marchés (les marchés boursiers par exemple), il devient irréaliste dès l'instant où il est considéré comme un processus général caractérisant tous les marchés. En effet, nombreuses sont les raisons qui justifient l'imparfaite flexibilité des

prix de marché : la concurrence imparfaite qui caractérise les marchés et dans laquelle les prix dépendent d'autres facteurs que les seules influences de l'offre et de la demande (essentiellement les coûts des facteurs); les contraintes institutionnelles exercées par les pouvoirs publics dans un objectif de politique économique (instauration de prix-plafond ou prix-plancher, administration des taux d'intérêt); le rôle des syndicats dans la non-flexibilité à la baisse des salaires. La rigidité du taux de salaire élevé et, de surcroît, la perdurance du chômage involontaire puisent leurs fondements également dans les apports théoriques de la Nouvelle Economie Keynésienne se basant sur l'*asymétrie de l'information entre principal et agent (théorie du salaire d'efficience)*. Deux types de comportement des firmes en univers incertain sont décrits respectivement par les modèles de *sélection adverse* et d'*aléa moral*¹ : les firmes maintiennent les salaires à un niveau élevé dans le but, respectivement, d'attirer les individus à aptitude élevée (car elles supposent l'existence d'une corrélation positive entre l'effort et le salaire de réservation) et d'inciter les travailleurs à fournir l'effort requis (car elles augmentent ainsi le coût que supporteraient les travailleurs en cas de licenciement dû au non respect du « contrat d'effort » de leur part). Précisons par ailleurs que le terme « rigidité des prix » ne signifie pas que les prix sont totalement invariants au cours du temps, affirmation qui serait sans conteste dénuée de sens : *ils sont figés au cours d'une période mais ils peuvent varier d'une période à l'autre* (rigidité à court terme). L'allure « en escalier » de la courbe qui en résulte alors peut être elle-même sujette à critique, aussi signalons que les travaux économétriques actuels de déséquilibre tendent de plus en plus à inclure dans les modèles des équations d'ajustement des prix et des salaires (Artus, Avouyi-Dovi et Laffargue (1989), Salanié (1988). Un double processus d'ajustement est alors considéré : l'ajustement *partiel* des prix et le rationnement quantitatif habituel du « côté long » du marché. Ainsi se trouvent développés les éléments qui visent à éclairer les raisons du non-ajustement instantané et total des prix et des salaires et, par-tant, nous paraissent justifier l'intérêt – encore d'actualité – de l'analyse en termes de déséquilibres. L'économétrie qui lui est associée trouve dès lors un intérêt opérationnel à part entière.

Dans leur apport originel, Maddala et Nelson (1974) ont proposé une procédure d'estimation par *la méthode de maximum de vraisemblance* d'un modèle à un marché où la quantité observée est définie comme le minimum de l'offre et de la demande qui sont stochastiques. Le modèle représentatif d'un marché est alors le suivant :

$$\begin{cases} Q_{D,t} = Q_D(x_t, \theta) + u_{D,t} \\ Q_{S,t} = Q_S(x_t, \theta) + u_{S,t} \\ Q_t = \min(Q_{D,t}, Q_{S,t}) \end{cases} \quad (1)$$

1. On peut se reporter, par exemple, à Hart et Holmstrom (1987) pour une présentation de ces modèles.

où x_t représente un vecteur de variables exogènes (et endogènes retardées), θ un vecteur de paramètres à estimer, $Q_{D,t}$ et $Q_{S,t}$ la demande et l'offre effectives, $u_{D,t}$ et $u_{S,t}$ des perturbations aléatoires et Q_t la quantité échangée donc observée. Il résulte du modèle qu'à chaque instant t pour lequel $Q_{D,t} \neq Q_{S,t}$, un rationnement quantitatif est perçu par les agents qui se situent sur le côté long du marché et que *ce rationnement est stochastique* puisque $Q_{D,t}$ et $Q_{S,t}$ sont elles-mêmes aléatoires. Le sens intrinsèque de l'expression « modèles à rationnements stochastiques » apparaît alors clairement : il s'agit des modèles de déséquilibre comportant des offres et des demandes effectives affectées de termes aléatoires non-identiques. Précisons que cette terminologie n'est pas utilisée dans la littérature. Nous l'avons adoptée parce que la nature du rationnement, qui dépend des hypothèses faites sur les résidus, permet de manière satisfaisante de faire la distinction entre les modèles qui nous intéressent ici et une génération alternative de modèles dont nous parlerons plus loin. Mais le rôle des résidus ne se limite évidemment pas à cette distinction. Comme toute méthode économétrique, l'estimateur du maximum de vraisemblance dépend d'hypothèses concernant les erreurs. Mais la dépendance est plus forte dans le cas étudié puisque, comme nous le montrerons, des informations *ex-ante* supplémentaires liées à la distribution des erreurs sont nécessaires. Il n'est donc pas étonnant que les questions liées aux erreurs occuperont une place prépondérante dans cette étude.

Ces travaux pionniers ont connu des développements considérables avec l'élargissement au cas de deux marchés par les apports d'Ito (1980) et Gouriéroux, Laffont et Montfort (1980). Des applications sur données trimestrielles françaises ont été réalisées par Artus, Laroque et Michel (1984), Artus, Avouyi-Dovi et Laroque (1985), Artus, Avouyi-Dovi et Laffargue (1987, 1989) et enfin par nous-même (1988). L'intérêt sans doute le plus appréciable de ces contributions est qu'elles permettent de confronter à l'épreuve des faits une théorie moins limitative que ses aînées en ce sens qu'*elles n'imposent pas a priori le régime économique qui prévaut* puisque ce régime est un *résultat de calcul*. Dans le cas de deux marchés, ce degré de liberté supplémentaire permet de rendre compte de situations autres que le seul chômage keynésien sur lequel sont fondés la plupart des modèles macroéconomiques et d'analyser les *effets de report* qui interagissent entre les marchés.

Ces modèles à rationnements stochastiques se situent en amont d'une approche plus fine et plus élaborée, répondant à la fois au caractère non borné de la fonction de vraisemblance associée aux modèles ci-dessus et au problème de *l'agrégation des micromarchés* : l'ensemble de ces derniers constitue un même marché mais ils ne sont pas tous forcément affectés du même déséquilibre. Il en résulte que la quantité Q_t échangée sur le marché, définie comme la somme des quantités échangées sur les micromarchés en déséquilibres *de sens non forcément identiques*, est à tout instant *inférieure ou égale* aux quantités agrégées $Q_{D,t}$ et $Q_{S,t}$ (sommes des quantités respectivement demandées et offertes sur des micromarchés qui seraient tous affectés de déséquilibres de même sens), donc à $\min(Q_{D,t}, Q_{S,t})$. Laroque et Salanié (1989) ajoutent

aux fonctions de demande et d'offre effectives du modèle (1) des *perturbations spatiales* propres aux micromarchés et, s'inspirant des travaux de Gouriéroux, Montfort et Trognon (1984), proposent la méthode de *pseudo-maximum de vraisemblance simulé*² qui, par ailleurs, offre l'avantage de réduire la complexité de la fonction de vraisemblance. Cette approche est à l'origine d'un apport théorique sans doute indiscutable. Néanmoins elle ne fera pas l'objet de cette étude, notre propos étant plutôt axé sur une discussion des problèmes liés à la méthodologie plus générale de l'estimation des modèles *agrégés* de déséquilibre. Bien entendu, le choix de ces modèles avec micromarchés peut également être considéré comme une alternative aux solutions que nous envisagerons lorsque nous ferons état du caractère complexe et non-borné de la fonction de vraisemblance associée au modèle agrégé.

Alternativement à la méthode du maximum de vraisemblance, Tishler et Zang (1978, 1979) et Ginsburgh, Tishler et Zang (1979) ont suggéré les méthodes dites de *lissage* pour estimer le modèle (1)³ dans le cas particulier où $u_{D,t} = u_{S,t} = u_t \forall t$. Le modèle obtenu revient alors à considérer de manière équivalente que la quantité réalisée Q_t est stochastique (affectée du terme aléatoire u_t) et que l'offre et la demande effectives sont déterministes (égales à leurs espérances mathématiques). Il en résulte alors que *le rationnement est également déterministe*, ce qui constitue la différence théorique fondamentale par rapport à l'approche présentée ci-dessus. Même si sous certaines réserves⁴ on peut admettre que la méthode économétrique proposée – dont le principe rappelle celui du modèle probit – gagne à être relativement plus simple à mettre en œuvre, l'hypothèse irréaliste d'égalité des résidus des fonctions d'offres et de demande est à l'évidence fortement sujette à critique (Maddala (1986), Gouriéroux, Laffont et Montfort (1984)). Par ailleurs, la signification du résidu u_t associé à la quantité réalisée n'est plus claire. L'approche en termes de rationnements stochastiques paraît donc être la seule pertinente, d'autant plus qu'elle est également la forme ultime de tout modèle mixte de type $Q_t = \min(Q_{D,t} + u_{D,t}, Q_{S,t} + u_{S,t}) + \varepsilon_t$.

Si les modèles de type (1) décrivent mieux le fonctionnement à court terme des marchés, l'estimation des paramètres de tels modèles fait appel à une méthodologie beaucoup plus lourde et complexe que celle de l'économétrie classique, bien que les principes de base soient les mêmes. De nombreux ouvrages ont été consacrés à l'économétrie des modèles de déséquilibre, mais une présentation méthodique de la démarche à suivre n'a, à notre connaissance, jamais été proposée pour guider l'économètre praticien novice

2. Cette méthode est basée sur une simulation des moments empiriques de la variable endogène, qui interviennent dans la fonction objectif à minimiser.

3. Sneessens (1981) s'est inspiré de ces derniers pour estimer un modèle à deux marchés.

4. La non-convexité de la vraisemblance associée à ce type de modèles induit le risque que le processus converge vers un maximum local non global. Même s'il convient d'essayer successivement plusieurs points de départ (Tishler et Zang (1979)), il est évident que procéder ainsi ne garantit pas une solution globale. D'autre part Quandt (1988) montre que l'élargissement du modèle (par l'introduction d'une équation d'ajustement des prix par exemple) alourdit rapidement la vraisemblance.

en la matière, depuis la formulation des hypothèses jusqu'à la construction de la fonction de vraisemblance à maximiser. Le souci de rendre transparentes les étapes successives de la transformation du modèle de déséquilibre en vue de l'application de la procédure d'optimisation (étapes préliminaires inexistantes dans le cas de l'estimation du modèle linéaire) constitue une première motivation de notre travail.

L'élaboration de telles méthodes économétriques adaptées et la recherche de gain dans la rigueur ne vont pas sans engendrer un important nombre de difficultés qu'il convient d'explicitier. L'objet du présent article est également de dresser une liste, sans prétention d'exhaustivité, des problèmes posés par la méthodologie mise en œuvre à la lumière de notre expérience personnelle et d'explorer les voies de résolution possibles.

Après une présentation de la technique d'estimation des modèles à un et à deux marchés où les propositions d'échange sont stochastiques (Partie I), nous discuterons des diverses questions qu'elles soulèvent ainsi que des solutions envisageables (Partie II).

I. ESTIMATION DES MODÈLES DE DÉSÉQUILIBRE À RATIONNEMENTS STOCHASTIQUES

Le modèle (1) représente un exemple typique des modèles agrégés à un marché où les propositions d'échange sont stochastiques et repose sur l'idée fondamentale suivante : la quantité réalisée (échangée) est définie comme le minimum de l'offre et de la demande qui sont aléatoires. Il en découle que *ces dernières ne sont pas observables par l'économetre et seuls les quantités échangées et les arguments des fonctions d'offre et de demande sont observables*. Le côté court d'un marché est donc également aléatoire.

1.1. Fonction de vraisemblance d'un modèle à un marché

Si l'économie est caractérisée par un excès d'offre, le modèle (1) peut s'écrire⁵ :

$$\begin{cases} Q_t = Q_{D,t} = Q_{D,t}(\cdot) + u_{D,t} \\ Q_t \leq Q_{S,t} = Q_{S,t}(\cdot) + u_{S,t} \end{cases} \quad \text{ou encore} \quad \begin{cases} u_{D,t} = Q_t - Q_{D,t}(\cdot) \\ u_{S,t} \geq Q_t - Q_{S,t}(\cdot) \end{cases} \quad (2)$$

alors qu'en cas d'excès de demande, on aura :

$$\begin{cases} Q_t = Q_{S,t} = Q_{S,t}(\cdot) + u_{S,t} \\ Q_t \leq Q_{D,t} = Q_{D,t}(\cdot) + u_{D,t} \end{cases} \quad \text{ou encore} \quad \begin{cases} u_{S,t} = Q_t - Q_{S,t}(\cdot) \\ u_{D,t} \geq Q_t - Q_{D,t}(\cdot) \end{cases} \quad (3)$$

5. Dans le but d'alléger la présentation, nous substituerons la notation $Q_{R,t}(\cdot)$ à celle de la fonction $Q_R(x_t, \theta)$, avec $R = D, S$. Cette notation est valable pour tout marché autre que le marché des biens, et toute variable n'appartenant pas au vecteur x mais constituant un argument de la fonction figurera explicitement dans celle-ci.

En supposant que $u_{R,t} \sim N(0, \sigma_R)$ et $\text{cov}(u_{R,t}, u_{R,t-1}) = 0$ pour $R = D, S$, la densité de Q_t est obtenue en calculant la densité jointe des résidus pour un instant t donné dans chacun des cas ⁶ :

$$f(q_t) = \int_{q_t - Q_{D,t}(\cdot)}^{+\infty} g(q_t - Q_{S,t}(\cdot), x) dx + \int_{q_t - Q_{S,t}(\cdot)}^{+\infty} g(q_t - Q_{D,t}(\cdot), y) dy \quad (4)$$

où g représente cette densité jointe.

Si maintenant l'on fait l'hypothèse supplémentaire que $\text{cov}(u_{D,t}, u_{S,t}) = 0$, la relation (4) peut être factorisée comme suit :

$$f(q_t) = \frac{1}{\sigma_S} \varphi \left[\frac{q_t - Q_{S,t}(\cdot)}{\sigma_S} \right] \left\{ 1 - \Phi \left[\frac{q_t - Q_{D,t}(\cdot)}{\sigma_D} \right] \right\} + \frac{1}{\sigma_D} \varphi \left[\frac{q_t - Q_{D,t}(\cdot)}{\sigma_D} \right] \left\{ 1 - \Phi \left[\frac{q_t - Q_{S,t}(\cdot)}{\sigma_S} \right] \right\} \quad (5)$$

où φ et Φ représentent respectivement les fonctions de densité ($\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{1}{2}x^2)$) et de distribution ($\Phi(y) = \int_{-\infty}^y \varphi(z) dz$) de la loi normale centrée et réduite ⁷.

L'estimation de σ_S , σ_D et des paramètres contenus dans $Q_{S,t}(\cdot)$ et $Q_{D,t}(\cdot)$ se réalise en maximisant la fonction de log-vraisemblance ⁸ dont l'expression est donnée par :

$$\text{Log } L = \sum_{t=1}^T \text{Log } f(q_t) \quad (6)$$

6. Dans la suite, une variable aléatoire sera notée par une majuscule (ex : Q_t) et une valeur quelconque pouvant être prise par cette variable sera représentée par une minuscule (ex : q_t).

7. Il est facile de vérifier que les deux premières expressions du premier terme de $f(q_t)$ conduit à la densité normale $\varphi(q_t - Q_{S,t}(\cdot))/\sigma_S = \frac{1}{\sigma_S \sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{1}{2}(q_t - Q_{S,t}(\cdot))^2/\sigma_S^2)$,

et que l'expression $1 - \Phi(y_t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{y_t}^{+\infty} \exp(-\frac{1}{2}z^2) dz$ où $y_t = (q_t - Q_{D,t}(\cdot))/\sigma_D$

peut alternativement être formulée comme $1 - \Phi(q_t) = \frac{1}{\sigma_D \sqrt{2\pi}} \int_{q_t}^{+\infty} \exp(-\frac{1}{2}(x - Q_{D,t}(\cdot))^2/\sigma_D^2) dx$, par application de la propriété de changement de variable dans une intégration : $\int_{\Psi(a)}^{\Psi(b)} \phi(x) dx = \int_a^b (\phi \circ \Psi)(y) \Psi'(y) dy$.

8. La fonction de vraisemblance $L(q_t) = \prod_{t=1}^T f(q_t)$ pose des difficultés évidentes de dérivation que permet d'éviter la fonction de log-vraisemblance. C'est pourquoi le choix de cette dernière en vue de sa maximisation est préférable.

1.2. Fonction de vraisemblance d'un modèle à deux marchés

L'extension à $k = 2$ marchés (ex : biens et travail) conduit à considérer le modèle

$$\begin{cases} Q_{D,t} = Q_{D,t}(\cdot) + u_{D,t} \\ Q_{S,t} = Q_{S,t}(\cdot) + u_{S,t} \\ Q_t = \min(Q_{D,t}, Q_{S,t}) \\ L_{D,t} = L_{D,t}(\cdot) + v_{D,t} \\ L_{S,t} = L_{S,t}(\cdot) + v_{S,t} \\ L_t = \min(L_{D,t}, L_{S,t}) \end{cases} \quad (7)$$

où $L_{D,t}(\cdot)$ et $L_{S,t}(\cdot)$ sont, comme précédemment, les parties non-stochastiques des fonctions de demande et d'offre de travail, ou encore l'espérance mathématique des demandes et offres effectives, $v_{D,t}$ et $v_{S,t}$ sont les erreurs associées, d'écarts-types respectifs $\tau_{D,t}$ et $\tau_{S,t}$ et assujetties aux conditions de normalité, de non-autocorrélation et d'indépendance mutuelle.

On peut alors définir $2^k = 4$ configurations de déséquilibre, décrivant chacune une situation où, selon le cas, la demande (resp. l'offre) exprimée sur un marché est conditionnée par un effet de report dû aux rationnements de l'offre (resp. de la demande) subi sur l'autre marché (processus de décision duale généralisée de Clower (1965)). Les quatre sous-modèles obtenus constituent ainsi des formes particulières du modèle canonique (7) selon les déséquilibres considérés :

$$\begin{cases} Q_t = Q_{S,t}^*(\cdot) + u_{S,t} < \tilde{Q}_{D,t}(\cdot, L_t) + u_{D,t} \\ L_t = L_{D,t}^*(\cdot) + v_{D,t} < \tilde{L}_{S,t}(\cdot, Q_t) + v_{S,t} \end{cases} \quad \text{chômage classique (cc) (8a)}$$

$$\begin{cases} Q_t = Q_{D,t}^*(\cdot) + u_{D,t} < \tilde{Q}_{S,t}(\cdot, L_t) + u_{S,t} \\ L_t = L_{S,t}^*(\cdot) + v_{S,t} < \tilde{L}_{D,t}(\cdot, Q_t) + v_{D,t} \end{cases} \quad \text{sous-consommation (sc) (8b)}$$

$$\begin{cases} Q_t = \tilde{Q}_{D,t}(\cdot, L_t) + u_{D,t} < Q_{S,t}^*(\cdot) + u_{S,t} \\ L_t = \tilde{L}_{D,t}(\cdot, Q_t) + v_{D,t} < L_{S,t}^*(\cdot) + v_{S,t} \end{cases} \quad \text{chômage keynésien (ck) (8c)}$$

$$\begin{cases} Q_t = \tilde{Q}_{S,t}(\cdot, L_t) + u_{S,t} < Q_{D,t}^*(\cdot) + u_{D,t} \\ L_t = \tilde{L}_{S,t}(\cdot, Q_t) + v_{S,t} < L_{D,t}^*(\cdot) + v_{D,t} \end{cases} \quad \text{inflation réprimée (ir) (8d)}$$

où Q_t et L_t désignent des quantités échangées (observées), les fonctions étoilées représentent des offres ou demandes walrasiennes (notionnelles) et les fonctions tildées des offres ou demandes contraintes par un rationnement subi sur l'autre marché⁹.

9. Dans ces sous-modèles, chaque effet de report est représenté par la quantité observée sur le marché dont il provient. Considérons à titre d'exemple l'équation de la demande de biens en chômage keynésien $Q_t = \tilde{Q}_{D,t}(\cdot, L_t) + u_{D,t}$, où l'effet de report traduisant l'excès d'offre sur le marché du travail est résumé par L_t . Une représentation alternative

Lorsque la demande de biens est excédentaire (situation représentée par les modèles (8a) et (8d), il est possible de décomposer cette demande selon les divers postes qui la constituent et modéliser, en introduisant un *schéma de rationnement*, l'allocation du rationnement entre les divers agents demandeurs. Dans l'exemple qui suit (relatif au régime d'inflation réprimée), la consommation, l'investissement et les exportations constituent les postes de la demande globale soumis au rationnement. Les demandes notionnelles des trois agents sont rationnées selon les proportions respectives α , β et $1 - \alpha - \beta$ de l'excès de demande :

$$\begin{cases} C_t = C_t^* - \alpha[Q_{D,t}^*(.) - Q_t] \\ I_t = I_t^* - \beta[Q_{D,t}^*(.) - Q_t] \\ X_t = X_t^* - (1 - \alpha - \beta)[Q_{D,t}^*(.) - Q_t] \end{cases} \quad (9)$$

où

$$\begin{aligned} C_t^* &= C_t^*(.) + \eta_{C,t} \\ I_t^* &= I_t^*(.) + \eta_{I,t} \\ X_t^* &= X_t^*(.) + \eta_{X,t} \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} Q_t &= C_t + I_t + X_t \\ Q_{D,t}^*(.) &= C_t^* + I_t^* + X_t^* \geq Q_t \end{aligned}$$

Les erreurs $\eta_{C,t}$, $\eta_{I,t}$ et $\eta_{X,t}$ sont supposées non-corrélées mutuellement. Or la définition de $Q_{D,t}^*(.)$ montre que le terme aléatoire de la demande notionnelle de biens est défini comme $\eta_{D,t} = \eta_{C,t} + \eta_{I,t} + \eta_{X,t}$. Il s'ensuit donc que chacun des résidus $\eta_{C,t}$, $\eta_{I,t}$ et $\eta_{X,t}$ dépend de $\eta_{D,t}$. La factorisation des vraisemblances associées aux deux régimes d'excès de demande de biens (chômage classique et inflation réprimée) dans lesquels apparaissent ces schémas de rationnement n'est alors possible que si les résidus sont au préalable soumis à des transformations d'orthogonalisation. Nous reconsidérons ce sujet ultérieurement.

Revenons au cas général. Les sous-modèles (8a) à (8d) peuvent être reformulés de manière à représenter spécifiquement chacun des régimes. Ainsi il vient :

mettant l'accent sur l'ampleur du rationnement subi $L_{S,t}^* - L_t$ et par conséquent sur l'importance de l'effet de report peut paraître plus suggestive. On peut montrer facilement que dans le cas où la fonction $\tilde{Q}_{D,t}(., L_t)$ est linéaire, cette formalisation et celle adoptée sont équivalentes. Rappelons que la demande walrasienne constitue le cas limite de la demande effective où la contrainte est totalement desserrée : $\tilde{Q}_{D,t}(., L_{S,t}^*) = Q_{D,t}^*$. Cette expression définit également une condition de raccordement qui doit être vérifiée pour que les domaines de validité des régimes forment une partition du plan. En tenant compte de la linéarité de $\tilde{Q}_{D,t}$ la différence entre les deux équations citées conduit au nouveau modèle $Q_{D,t}^* - Q_t = \tilde{Q}_{D,t}(., L_{S,t}^* - L_t) - u_{D,t}$ qui exprime bien la demande notionnelle insatisfaite en fonction de l'ampleur du chômage involontaire. On retrouve ainsi une spécification de type Ito (1980) des effets de report.

chômage classique :

$$\begin{aligned} u_{D,t} &> Q_t - \tilde{Q}_{D,t}(\cdot, L_t) \\ u_{S,t} &= Q_t - Q_{S,t}^*(\cdot) \\ v_{D,t} &= L_t - L_{D,t}^*(\cdot) \\ v_{S,t} &> L_t - \tilde{L}_{S,t}(\cdot, Q_t) \end{aligned} \quad (10a)$$

sous-consommation :

$$\begin{aligned} u_{D,t} &= Q_t - Q_{D,t}^*(\cdot) \\ u_{S,t} &> Q_t - \tilde{Q}_{S,t}(\cdot, L_t) \\ v_{D,t} &> L_t - \tilde{L}_{D,t}(\cdot, Q_t) \\ v_{S,t} &= L_t - L_{S,t}^*(\cdot) \end{aligned} \quad (10b)$$

chômage keynésien :

$$\begin{aligned} u_{D,t} &= Q_t - \tilde{Q}_{D,t}(\cdot, L_t) \\ u_{S,t} &> Q_t - Q_{S,t}^*(\cdot) \\ v_{D,t} &= L_t - \tilde{L}_{D,t}(\cdot, Q_t) \\ v_{S,t} &> L_t - L_{S,t}^*(\cdot) \end{aligned} \quad (10c)$$

inflation réprimée :

$$\begin{aligned} u_{D,t} &> Q_t - Q_{D,t}^*(\cdot) \\ u_{S,t} &= Q_t - \tilde{Q}_{S,t}(\cdot, L_t) \\ v_{D,t} &> L_t - \tilde{L}_{D,t}^*(\cdot) \\ v_{S,t} &= L_t - \tilde{L}_{S,t}(\cdot, Q_t) \end{aligned} \quad (10d)$$

La vraisemblance associée à chaque régime est donnée par ¹⁰ :

$$f^{cc}(q_t, l_t) = |J^{cc}|_t \int_{q_t}^{+\infty} \int_{l_t}^{+\infty} g[x - \tilde{Q}_D(\cdot, l_t), q_t - Q_S^*(\cdot), l_t - L_D^*(\cdot), y - \tilde{L}_S(\cdot, q_t)] dy dx \quad (11a)$$

$$f^{sc}(q_t, l_t) = |J^{sc}|_t \int_{q_t}^{+\infty} \int_{l_t}^{+\infty} g[q_t - Q_D^*(\cdot), x - \tilde{Q}_S(\cdot, l_t), y - \tilde{L}_D(\cdot, q_t), l_t - L_S^*(\cdot)] dy dx \quad (11b)$$

$$f^{ck}(q_t, l_t) = |J^{ck}|_t \int_{q_t}^{+\infty} \int_{l_t}^{+\infty} g[q_t - \tilde{Q}_D(\cdot, l_t), x - Q_S^*(\cdot), l_t - \tilde{L}_D(\cdot, q_t), y - L_S^*(\cdot)] dy dx \quad (11c)$$

$$f^{ir}(q_t, l_t) = |J^{ir}|_t \int_{q_t}^{+\infty} \int_{l_t}^{+\infty} g[x - Q_D^*(\cdot), q - \tilde{Q}_S(\cdot, l_t), y - L_D^*(\cdot), l_t - \tilde{L}_S(\cdot, q_t)] dy dx \quad (11d)$$

où $|J^{cc}|_t$, $|J^{sc}|_t$, $|J^{ck}|_t$ et $|J^{ir}|_t$ sont respectivement les déterminants des Jacobiens des transformations de $(u_{S,t}, v_{D,t})$, $(u_{D,t}, v_{S,t})$, $(u_{D,t}, v_{D,t})$ et $(u_{S,t}, v_{S,t})$ à (q_t, l_t) évalués au temps t ¹¹.

Si les résidus sont indépendants deux à deux, les densités jointes g se factorisent. Les expressions (11a) à (11d) deviennent alors :

10. Dans les ensembles de relations (11) et (12) nous omettons l'indice t des fonctions de demande et d'offres effectives par souci de clarté de présentation.

11. En guise d'exemple, précisons $|J^{cc}|_t = \begin{vmatrix} \partial u_{S,t} / \partial q_t & \partial u_{S,t} / \partial l_t \\ \partial v_{D,t} / \partial q_t & \partial v_{D,t} / \partial l_t \end{vmatrix}$

$$f^{cc}(q_t, l_t) = \frac{|J^{cc}|_t}{\sigma_S \tau_D} \left\{ 1 - \Phi \left(\frac{q_t - \tilde{Q}_D(., l_t)}{\sigma_D} \right) \right\} \varphi \left(\frac{q_t - Q_S^*(.)}{\sigma_S} \right) \varphi \left(\frac{l_t L_D^*(.)}{\tau_D} \right) \left\{ 1 - \Phi \left(\frac{l_t - \tilde{L}_S(., q_t)}{\tau_S} \right) \right\} \quad (12a)$$

$$f^{sc}(q_t, l_t) = \frac{|J^{sc}|_t}{\sigma_D \tau_S} \varphi \left(\frac{q_t - Q_D^*(.)}{\sigma_D} \right) \left\{ 1 - \Phi \left(\frac{q_t - \tilde{Q}_S(., l_t)}{\sigma_S} \right) \right\} \left\{ 1 - \Phi \left(\frac{l_t - \tilde{L}_D(., q_t)}{\tau_D} \right) \right\} \varphi \left(\frac{l_t - L_S^*(.)}{\tau_S} \right) \quad (12b)$$

$$f^{ck}(q_t, l_t) = \frac{|J^{ck}|_t}{\sigma_D \tau_D} \varphi \left(\frac{q_t - \tilde{Q}_D(., l_t)}{\sigma_D} \right) \left\{ 1 - \Phi \left(\frac{q_t - Q_S^*(.)}{\sigma_S} \right) \right\} \varphi \left(\frac{l_t - \tilde{L}_D(., q_t)}{\tau_D} \right) \left\{ 1 - \Phi \left(\frac{l_t - L_S^*(.)}{\tau_S} \right) \right\} \quad (12c)$$

$$f^{ir}(q_t, l_t) = \frac{|J^{ir}|_t}{\sigma_S \tau_S} \left\{ 1 - \Phi \left(\frac{q_t - Q_D^*(.)}{\sigma_D} \right) \right\} \varphi \left(\frac{q_t - \tilde{Q}_S(., l_t)}{\sigma_S} \right) \left\{ 1 - \Phi \left(\frac{l_t - L_D^*(.)}{\tau_D} \right) \right\} \varphi \left(\frac{l_t - \tilde{L}_S(., q_t)}{\tau_S} \right) \quad (12d)$$

Dans un cas comme dans l'autre, la densité de Q_t et L_t est définie comme la somme des densités correspondant à chaque régime :

$$f(q_t, l_t) = \sum_R f^R(q_t, l_t) \quad \text{avec} \quad R = cc, sc, ck, ir$$

et la fonction de log-vraisemblance s'écrit :

$$\text{Log } L = \sum_{t=1}^T \text{Log } f(q_t, l_t) \quad (13)$$

La fonction (13), fonction-objectif à maximiser, contient toute l'information inhérente au modèle (7) (les expressions des sous-modèles spécifiques aux différents régimes, le schéma de rationnement le cas échéant...).

1.3. Procédure itérative d'optimisation

Les paramètres du modèle canonique (7) sont estimés par la méthode du maximum de vraisemblance. Ils sont solutions du système :

$$\frac{\partial \text{Log } L(\theta)}{\partial \theta} = 0 \quad (14)$$

où θ est un vecteur de paramètres formé par les coefficients contenus dans les fonctions de comportement ainsi que par les écarts-types résiduels. Le système formé par les équations non-linéaires (14) combiné à la condition de linéarisation de premier ordre au voisinage d'un point θ_0 conduit à considérer un processus itératif de type Newton-Raphson :

$$\theta_1 = \theta_0 - k \left[\frac{\partial^2 \text{Log } L(\theta_0)}{\partial \theta \partial \theta'} \right]^{-1} \frac{\partial \text{Log } L(\theta_0)}{\partial \theta} \quad (15)$$

où k est le pas de la progression et $R(\theta) = -E \left[\frac{\partial^2 \text{Log } L(\theta)}{\partial \theta \partial \theta'} \right]^{-1}$ est la matrice de variance-covariance de Cramer-Rao fournissant les variances des paramètres estimés¹².

Le processus aura convergé lorsque l'égalité entre θ_i et θ_{i-1} sera réalisée, ce qui signifie d'après (15) que $\frac{\partial \text{Log } L(\theta)}{\partial \theta} = 0$, ou encore que $L(\theta)$ est maximale. Dans la pratique, l'optimisation de $\text{Log } L$ en utilisant les dérivées secondes $\frac{\partial^2 \text{Log } L(\theta)}{\partial \theta \partial \theta'}$ et premières $\frac{\partial \text{Log } L(\theta)}{\partial \theta}$ peut être réalisée au moyen, par exemple, de la routine VA13AD de *Harwell Scientific Library* ou encore de la routine E04LBF de la bibliothèque NAG.

1.4. Probabilités d'occurrence des régimes

Une fois obtenues les estimations des paramètres de $f(q_t, l_t)$ comme solutions de la maximisation de la fonction (13), les vraisemblances (11) (ou (12)) peuvent être évaluées. La connaissance des chroniques de ces vraisemblances permet alors de calculer les probabilités d'occurrence des régimes à chaque observation¹³ comme les *poids* de leurs vraisemblances respectives dans la vraisemblance totale :

$$P_t(\text{régime } R) = \frac{f^R(q_t, l_t)}{f(q_t, l_t)} \quad (16)$$

1.5. Recherche du « fondamental des déséquilibres »

L'estimation par la maximisation de la fonction (13) des paramètres contenus dans les fonctions non-stochastiques du modèle (7) n'est certes pas suffisante pour calculer les offres et demandes effectives non-observables. En effet, elle permet seulement de déterminer leurs espérances mathématiques. Pour

12. Voir, par exemple, Cramer (1989) pour les développements.

13. L'application du calcul des probabilités d'occurrence est également immédiate pour le cas d'un seul marché.

évaluer correctement une offre et une demande effectives, il faut « ajouter » aux espérances mathématiques calculées les résidus quantifiés (positifs en cas de sous-évaluation de la variable endogène et négatifs dans le cas contraire). L'écart entre l'offre et la demande effectives ainsi calculées mesure exactement le rationnement stochastique subi sur le marché. Ne résultant pas d'une perturbation aléatoire, mais bien de facteurs économiques sources de déséquilibre, il constitue le *fondamental du déséquilibre*.

Décrivons brièvement la procédure de recherche du fondamental des déséquilibres, proposé par l'école française des déséquilibres avec rationnements stochastiques¹⁴. S'il est vrai que l'on ne connaît pas les résidus¹⁵ on peut en obtenir des chroniques simulées au moyen de tirages aléatoires respectant les hypothèses de normalité et de moyennes nulles formulées sur ces derniers ainsi que leurs écarts-types estimés (propriétés instantanées des résidus). Soit N le nombre de tirages qu'on se propose d'effectuer et soient $\hat{u}_{k,t}^S$, $\hat{u}_{k,t}^D$, $\hat{v}_{k,t}^S$ et $\hat{v}_{k,t}^D$ les simulations stochastiques obtenues à l'issue du $k^{\text{ème}}$ tirage ($k = 1, \dots, N$).¹⁶ Chacune des demandes et offres effectives de biens et de travail (modèles (8)) peut alors être évaluée pour k donné et pour chaque période comme la somme de la demande (offre) calculée et du résidu simulé (ex. : $\hat{L}_{D,k,t} = \hat{L}_{D,k,t}^*(\cdot) + \hat{v}_{k,t}^D$). Le minimum des quatre quantités effectives demandées et offertes sur le marché du travail $\hat{L}_{D,k,t}^*$, $\hat{L}_{S,k,t}^*$, $\hat{L}_{D,k,t}$ et $\hat{L}_{S,k,t}$ détermine l'emploi réalisé $L_{k,t}^{\min}$ à l'instant t ,¹⁷ et indique alors d'une part le régime qui prévaut à cet instant (ex. : si $L_{k,t}^{\min} = \hat{L}_{D,k,t}^*$ alors l'économie est en chômage classique) et d'autre part les autres demandes et offres effectives ($Q_{D,k,t}$, $Q_{S,k,t}$ et $L_{S,k,t}$) qui forment le régime. A l'issue des N réitérations de ce processus, les moyennes $\bar{Q}_{D,t}$, $\bar{Q}_{S,t}$, $\bar{L}_{D,t}$ et $\bar{L}_{S,t}$ des N valeurs calculées des quantités effectives sont déterminées. Le fondamental du déséquilibre à l'instant t dans l'exemple du chômage classique est alors donné par la différence $\bar{Q}_{D,t} - \bar{Q}_{S,t}$ pour le marché des biens et par $\bar{L}_{S,t} - \bar{L}_{D,t}$ pour le marché du travail. D'autre part, la fréquence d'apparition d'un régime dans les N simulations relatives à une période donnée (e.g. en coupe instantanée) fournit la *probabilité simulée* de ce régime. La connaissance des variables

14. Pour des applications, voir, par exemple, Artus et Avouyi-Dovi (1985) et Artus, Avouyi-Dovi et Laffargue (1989).

15. En effet, les modèles (8) mettent bien en évidence le fait que si un résidu aléatoire est calculable à une *observation donnée* parce que la demande (offre) effective dans laquelle il apparaît se trouve sur le côté court du marché, son estimation se révèle impossible à l'*observation suivante* si la demande (offre) effective devient excédentaire.

16. Il est clair que le résidu d'une demande (offre) située sur le côté court d'un marché peut aussi être calculé directement au lieu d'être simulé, à condition que l'économetre *sache* lequel des sous-modèles (8) représente l'économie à chaque période. Cette information lui faisant défaut, le résidu en question ne peut être évalué que par simulation.

17. On applique simplement la condition *min* à l'offre et à la demande effectives de travail, chacune pouvant être contrainte ou walrasienne. Ici, du fait de la prise en considération également des résidus simulés, on ne peut d'emblée affirmer qu'une demande (offre) walrasienne de travail est supérieure ou égale à celle contrainte par un rationnement subi sur le marché des biens et ne comparer que les demande et offre contraintes. Il convient donc de considérer numériquement les quatre quantités.

$\overline{Q}_{D,t}$, $\overline{Q}_{S,t}$, $\overline{L}_{D,t}$ et $\overline{L}_{S,t}$ permet finalement de réaliser des simulations ex-post dynamiques et de calculer des multiplicateurs dynamiques associés à diverses mesures de politique économique.

II. QUELQUES QUESTIONS MÉTHODOLOGIQUES

La technique d'estimation des modèles avec raisonnements stochastiques présentée ci-dessus est sans doute celle qui a connu le plus grand nombre d'applications, sur les modèles les plus variés, en particulier en France. Comme toute méthode alternative, elle peut cependant être sujette à des critiques que nous nous proposons maintenant de développer. Nous répertorions ces questions en trois catégories, non forcément indépendantes :

- questions concernant les hypothèses relatives aux erreurs ;
- incertitudes sur l'interprétation des résultats dans certains cas ;
- problèmes posés par la procédure numérique d'optimisation.

2.2. Questions relatives aux hypothèses sous-jacentes aux erreurs

Nous aborderons successivement : le choix de la spécification linéaire ou non-linéaire des erreurs, le choix de leur densité de probabilité, le cas de leur non-indépendance mutuelle, et enfin celui d'autocorrélation.

2.1.1. Spécification linéaire ou non-linéaire des erreurs

L'introduction des termes aléatoires sous la forme additive dans le modèle (7) (ou (1)) mérite justification dès lors que les fonctions $Q_{D,t}(\cdot)$, $Q_{S,t}(\cdot)$, $L_{D,t}(\cdot)$ et $L_{S,t}(\cdot)$ sont non-linéaires. Bien qu'aucun critère formel ne permet de déterminer la spécification à adopter, une indication semble être donnée par l'*origine* de ces erreurs. On peut en effet trouver dans Goldfeld et Quandt (1972) une discussion relative à ce sujet : si le terme résiduel représente des variables explicatives omises, il devrait être spécifié de la même manière que la partie non-stochastique de la fonction (additive si la fonction est linéaire, multiplicative si elle est non-linéaire), tandis que si sa présence est justifiée par le fait que la variable endogène est observée avec erreur, il devrait être additif quelle que soit la forme de la fonction non-stochastique. Cependant, comme le soulignent les auteurs, cette proposition n'implique aucune règle scientifique puisqu'il existe toujours des variables exogènes omises ainsi que des erreurs de mesure sur les variables.

En ce qui concerne maintenant le modèle (7), les fonctions $Q_{D,t}(\cdot)$, $Q_{S,t}(\cdot)$, $L_{D,t}(\cdot)$ et $L_{S,t}(\cdot)$ qui y figurent peuvent être linéaires (ex : demande effective de consommation) comme non-linéaires (ex : demande effective de travail). Selon le cas, et d'après la proposition précédente, chaque résidu devrait être introduit de manière respectivement additive ou multiplicative et admettre alors une densité normale ou log-normale. On aurait alors dans

un même modèle à équations simultanées des résidus linéaires et non-linéaires. Considérons en effet l'exemple simple suivant :

$$\begin{cases} Q_t = Q_t(\cdot) + u_t \end{cases} \quad (19a)$$

$$\begin{cases} L_t = L_t(\cdot) e_t^v \end{cases} \quad (19b)$$

où $u_t \sim N(0, \sigma), v_t \sim N(0, \tau)$

et $\text{cov}(u_t, v_t) = 0$

et où $Q_t(\cdot)$ et $L_t(\cdot)$ peuvent être linéaires ou non.

Remarquons que u_t s'interprète comme un écart absolu et v_t comme un écart relatif (puisque $v_t = \text{Log}[L_t/L_t(\cdot)]$). Sous les hypothèses faites on peut facilement obtenir la densité jointe de Q_t et L_t à partir des densités respectives normales de u_t et v_t et des Jacobiens associés¹⁸ :

$$\varphi_1(Q_t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{Q_t - Q_t(\cdot)}{\sigma} \right)^2 \right] \quad (20a)$$

$$\varphi_2(L_t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \tau L_t} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\text{Log } L_t - \text{Log } L_t(\cdot)}{\tau} \right)^2 \right] \quad (20b)$$

Signalons que dans la plupart des études économétriques de déséquilibre, les termes aléatoires sont *ajoutés* à la partie non-stochastique *par souci de simplification et pour convenance dans les calculs*. Dans la mesure où, répétons-le, il n'existe pas de règles formelle qui impose l'attitude à adopter, le critère de simplifications technique nous semble devoir être privilégié.

Une spécification particulière qui peut s'avérer nécessaire est celle qui représente simultanément les deux origines d'erreurs mentionnées par Goldfeld et Quandt. Ce cas de figure peut être impliqué par les effets de report qui interviennent dans les offres ou demandes effectives. Plaçons l'exemple (19) dans le cas du régime d'inflation réprimée : la quantité échangée de biens est déterminée par l'offre qui elle-même est contrainte par un rationnement de la demande subi sur le marché du travail (on suppose que l'excès de demande de biens ne produit pas d'effet de report sur l'offre de travail) :

$$\begin{cases} Q_t = \tilde{Q}_{S,t}(\cdot, L_t) + u_{S,t} \end{cases} \quad (21a)$$

$$\begin{cases} L_t = L_{S,t}^*(\cdot) \exp(v_{S,t}) \end{cases} \quad (21b)$$

18. Apportons ici quelques précisions. Le passage de la densité de u_t à la densité de Q_t est immédiate. La densité de L_t est obtenues après transformation logarithmique de l'équation (19b). On a alors $v_t = \text{Log } L_t - \text{Log } L_t(\cdot) \sim N(0, \tau)$ et $\varphi_2(L_t) = \frac{\partial v_t}{\partial L_t} \varphi(v_t) = \frac{1}{L_t} \varphi(v_t)$.

La densité obtenue est celle de la loi log-normale et son expression explicite est donnée par (20b). Toutefois, la présence simultanée d'une densité normale et d'une densité log-normale dans la fonction de densité jointe ne doit être comprise ici que comme un résultat du mode de calcul du Jacobien : en effet, le calcul d'un Jacobien global (cf. note 11) au lieu de Jacobiens individuels n'aurait pas fait apparaître la densité log-normale et la densité jointe se serait exprimée comme le produit de densités normales et du Jacobien global. Par ailleurs, rappelons que factoriser ainsi les densités n'est possible que si les résidus sont indépendants.

où $u_{S,t}$ et $v_{S,t}$ ont les mêmes propriétés que u_t et v_t , et où nous supposons que la fonction $\tilde{Q}_S$ est de type Cobb-Douglas ($\tilde{Q}_{S,t}(\cdot, L_t) = A\bar{K}_t^\alpha L_t^\beta$ ($\bar{K}$ est le capital exogène)). La forme réduite de l'équation (21a) est :

$$Q_t = \Gamma_t(\cdot)e^{\beta v_{S,t}} + u_{S,t} \quad (22)$$

où

$$\Gamma_t(\cdot) = A\bar{K}_t^\alpha [L_{S,t}^*(\cdot)]^\beta$$

et incorpore donc bien une spécification mixte des erreurs. Goldfeld et Quandt fournissent l'expression de la densité de Q_t pour le cas $\beta = 1$ de notre exemple, expression qui se calcule comme la circonvolution de la densité de $\Gamma_t(\cdot) \exp(v_{S,t})$ et de la densité standard de $u_{S,t}$ ¹⁹. Toutefois, pour que la méthode soit applicable dans le cas des équations avec effets de report que nous considérons, nous devons paramétriser β , ce qui ne pose pas de problème majeur. En effet, posons $w_t = \Gamma_t(\cdot) \exp(\beta v_{S,t})$. On vérifie alors

que $\varphi_w(w_t) = \frac{1}{\beta w_t} \varphi(v_{S,t}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \beta w_t \tau} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\text{Log } w_t - \text{Log } \Gamma_t(\cdot)}{\beta \tau} \right)^2 \right]$
Compte tenu de la densité normale de $u_{S,t} = Q_t - w_t$, on obtient finalement celle de Q_t :

$$\varphi_Q(Q_t) = \frac{1}{2\pi \beta \tau \sigma} \int_0^{+\infty} \frac{1}{z} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\text{Log } z - \text{Log } \Gamma_t(\cdot)}{\beta \tau} \right)^2 + \left(\frac{Q_t - z}{\sigma} \right)^2 \right] dz.$$

2.1.2. Densité de probabilité des erreurs

Si nous avons toujours fondé nos exemples sur l'hypothèse de normalité des erreurs, celle-ci ne doit aucunement être considérée comme une condition nécessaire à la base des méthodes d'estimation des modèles de déséquilibre. En effet, l'hypothèse de normalité posée ici résulte du choix de la loi que suit la distribution des erreurs au même titre et avec le même arbitraire que celle adoptée pour appliquer les tests de l'économétrie classique portant sur le modèle linéaire. La méthodologie reste donc neutre au regard du choix de la loi de probabilité, si tant est que cette dernière est connue. Une restriction doit être soulignée à ce stade : *la connaissance de la densité de probabilité des résidus est indispensable pour construire la fonction de vraisemblance associée à un modèle de déséquilibre*, alors que les estimateurs utilisés dans le cas du modèle linéaire n'imposent pas cette donnée.

19. Il s'agit de l'intégrale $\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x,y) dx dy$ de $g(\Gamma_t(\cdot) \exp(v_{S,t}), u_{S,t})$ qui représente la fonction de densité jointe des termes de Q_t . Ces termes étant orthogonaux, on peut factoriser la densité jointe en utilisant leurs densités respectives log normale et normale déduites de celles normales de $v_{S,t}$ et $u_{S,t}$. La substitution à $u_{S,t}$ de son expression $q_t - \Gamma_t(\cdot) \exp(v_{S,t})$ permet finalement de rendre unidimensionnelle la densité de Q_t .

2.1.3. Non-indépendance mutuelle des erreurs

Nous avons vu que l'hypothèse de covariance nulle entre les termes aléatoires permet de factoriser les densités jointes (4) et (11), ce qui simplifie considérablement la fonction de la vraisemblance. Qu'advient-il si nous n'admettons plus cette hypothèse ?

Une première solution évidente est de maintenir les expressions (4) et (11) et d'utiliser un algorithme d'évaluation d'intégrales doubles. On peut trouver dans Quandt (1988) un sous-programme Fortran permettant de calculer l'intégrale d'une distribution bivariée normale.

Une deuxième approche consiste à opérer des *transformations d'orthogonalisation*. La technique est la suivante. Soient deux vecteurs u et v liés. Partant de l'un des deux vecteurs (soit u), on considère l'ensemble des projections sur l'autre vecteur (v). Il s'agit alors de déterminer $\lambda \in \mathbb{R}^{+*}$ tel que v et $w = u - \lambda v$ soient orthogonaux, ou encore de trouver la projection orthogonale. Au lieu de calculer la densité jointe de u et v , on calcule alors le produit des densités respectives de w et de v . Notons que cette transformation n'occasionne aucune perte d'information, puisque les couples (u, v) et $(u - \lambda v, v)$ sont tous deux formés par les mêmes vecteurs u et v et engendrent le même plan.

$$\begin{array}{ccc} u & & \\ & w = u - \lambda v & \\ 0 & & v \\ & \lambda v & \end{array}$$

L'application de cette manipulation est justifiée en particulier dans la construction des densités associées aux régimes d'excès de demande de biens lorsque le modèle comprend un schéma de rationnement. En effet, nous avons montré, avec le système (13) ci-dessus, l'existence de liaisons entre les termes aléatoires dans chacune des trois relations. L'inconvénient majeur de ces transformations réside dans le nombre important de paramètres qu'elles font intervenir dans le coefficient λ ²⁰. Si une divergence numérique se produit lors du processus d'optimisation, il devient rapidement difficile de localiser le paramètre qui en est à l'origine. Alternativement, la non-factorisation de la densité jointe associée au système (13) conduirait à obtenir une densité tridimensionnelle contenant une intégrale (combinaison des résidus du schéma de rationnement et de l'excès de demande, tous interdépendants). Le choix entre la transformation d'orthogonalisation et l'utilisation de ladite densité jointe dépend donc essentiellement d'un critère numérique. D'autre part, dans le cas d'une corrélation entre le résidu de l'offre et celui de la demande sur un même marché, il conviendrait de considérer une fonction cumulative jointe que peu de programmes permettent de calculer. La gestion de densités *individuelles* même sophistiquées semble donc poser moins de difficultés

20. On peut trouver dans notre thèse, pp. 268 et suite, les expressions analytiques détaillées de ces transformations.

algorithmiques, puisqu'on trouvera ces transformations dans de nombreuses contributions françaises (Artus *et alii* (1984, 1985, 1987) et nous-même).

2.1.4. Modèles autorégressifs et autocorrélation

Il est fréquent que la formalisation des offres et demandes effectives incorpore une certaine dynamique (introduction du revenu permanent dans la fonction de consommation, d'un accélérateur dans la fonction d'investissement, de rigidités dans les fonctions de comportement, etc...). Une telle relation comporte alors parmi les variables explicatives les valeurs retardées des variables endogènes et constitue un modèle autorégressif. Laffont et Montfort (1976) proposent une procédure d'estimation à endogènes retardées non-observables qui présente l'avantage d'être relativement simple d'application. *Ceci est rendu possible grâce à l'introduction dans le modèle d'une équation d'ajustement des prix*. La raison en est que la connaissance du signe de la variation des prix (observables) indique, à chaque observation, le *sens* du déséquilibre survenu sur le marché²¹ et de ce fait permet d'exprimer pour chaque période la forme appropriée de la fonction de densité de Q_t ²².

On sait qu'un modèle autorégressif peut aussi provenir d'une écriture équivalente d'un modèle simple avec autocorrélation des résidus. Or cette dernière est précisément la conséquence de la violation de l'hypothèse d'indépendance que nous avons toujours admise jusqu'ici. Il convient donc de s'intéresser au cas où cette hypothèse ne peut être formulée.

Considérons à titre d'illustration le modèle (1) et substituons un processus de Markov de premier ordre à l'hypothèse $\text{cov}(u_{D,t}, u_{D,t-1}) = \text{cov}(u_{S,t}, u_{S,t-1}) = 0$:

$$\begin{cases} u_{D,t} = \rho_1 u_{D,t-1} + \xi_{D,t} \\ u_{S,t} = \rho_2 u_{S,t-1} + \xi_{S,t} \end{cases} \quad (23)$$

où
$$\begin{pmatrix} \xi_{D,t} \\ \xi_{S,t} \end{pmatrix} \sim N \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_2 \end{bmatrix} \right)$$

et non-autocorrélées

21. Il est supposé que le prix est une fonction croissante de l'excès de demande.

22. Le principe se rapproche de celle initiée par Amemiya (1973) qui montre que la méthode des doubles moindres carrés peut être appliquée dans le cas d'un marché au modèle standard (1) (non-autorégressif) combiné à une équation d'ajustement des prix Ito (1980) décrit l'application de cette même méthode dans le cas de deux marchés. L'intérêt majeur de ces contributions est de toute évidence de proposer une approche méthodologique qui associe à une simplicité relative de la procédure d'estimation un gain de réalisme dû à l'endogénéisation des prix. L'inconvénient de ces méthodes est que l'équation d'ajustement des prix qu'elles introduisent relie la variation des prix au seul excès de demande survenu sur le marché. Elles occultent alors l'influence d'autres facteurs (par exemple les coûts) qui peuvent influencer sur les fluctuations des prix, à moins bien sûr que la fonction de demande et/ou d'offre ne les contiennent déjà.

Compte tenu des relations (23), le modèle (1) peut s'écrire sous la forme autorégressive :

$$\begin{cases} Q_{D,t} = \rho_1 Q_{D,t-1} + Q_{D,t}(\cdot) - \rho_1 [Q_{D,t-1}(\cdot)] + \xi_{D,t} & (24a) \\ Q_{S,t} = \rho_2 Q_{S,t-1} + Q_{S,t}(\cdot) - \rho_2 [Q_{S,t-1}(\cdot)] + \xi_{S,t} & (24b) \\ Q_t = \min(Q_{D,t}, Q_{S,t}) & (24c) \end{cases}$$

Les équations (24a et 24b) font respectivement apparaître dans les membres de droite les valeurs retardées des endogènes non-observables²³. La construction de la vraisemblance de Q_t est alors moins directe que la procédure présentée dans la Partie I. Quandt (1988) fournit l'expression de cette vraisemblance en fonction des valeurs initiales de l'offre et de la demande et des valeurs passées des variables exogènes, mais la complexité de l'expression analytique de la fonction-objectif rend celle-ci numériquement difficile à maximiser.

Cependant les travaux de Gouriéroux, Montfort et Trognon (1985) conduisent à un résultat important qui peut être appliqué avec profit en présence d'autocorrélation et qui permet d'éviter l'élaboration de fonctions de vraisemblances complexes : en ce qui concerne l'estimation des paramètres autres que les écarts-types résiduels, l'estimateur du maximum de vraisemblance des paramètres reste convergent dans le cas de non-autocorrélation des erreurs comme dans le cas d'autocorrélation. Par contre il n'en va pas de même pour l'estimation des écarts-types résiduels car dans le cas d'autocorrélation ceux-ci sont surestimés. Il en résulte que l'on peut estimer efficacement les paramètres (autres que les écarts-types) du modèle initial *avec* autocorrélation des erreurs en maximisant la vraisemblance construite sous l'hypothèse de *non*-autocorrélation, mais que les variances résiduelles ainsi estimées doivent être considérées avec prudence.

Soulignons que les études dont il est question ici concernant l'autocorrélation des résidus ont été menées *dans le cas d'un seul marché*. A notre connaissance, la littérature n'apporte pas de réponse au problème d'autocorrélation dans les modèles à deux marchés. On peut plus particulièrement s'interroger sur le rôle des effets de report dans la propagation, à travers entre les marchés, des erreurs autocorrélées, la manière dont est affectée l'erreur (elle-même autocorrélée ou non) d'une fonction contenant un effet de report ainsi que les conséquences sur la méthode d'estimation.

2.2. Incertitude sur l'interprétation des résultats

L'économetre des modèles de déséquilibre doit considérer les résultats obtenus avec prudence pour au moins trois raisons : la première provient de la forte

23. En effet, si la relation (24c) implique $Q_{t-1} = \min(Q_{D,t-1}, Q_{S,t-1})$ et signifie qu'à l'instant t l'économetre connaît la quantité échangée en $t-1$, ce dernier ne dispose par contre d'aucune information quant aux demandes et offres effectives précédemment proposées sur le marché par les agents échangistes. *L'information de l'économetre est donc à différencier de celle des agents* qui, eux, peuvent évaluer les quantités actuelles ou passées qu'ils désirent ou qu'ils ont désiré acheter ou vendre (on rejoint dans ce cas les modèles de rationnements déterministes).

sensibilité des estimations à une modification structurelle limitée apportée au modèle, la deuxième concerne les probabilités d'occurrence des régimes, et la troisième a trait à l'utilisation faite des simulations stochastiques.

2.2.1. Sensibilité des résultats d'optimisation

Une caractéristique importante des résultats d'optimisation que nous pensons devoir souligner concerne la *très forte sensibilité* de l'ensemble de ces résultats à une faible modification de la structure d'une équation voire parfois de la valeur d'un paramètre fixée de façon exogène. Cette importante réaction est concevable au regard des relations (12) qui sont composées de fonctions de densités et de distribution structurellement non-linéaires qui elles-mêmes contiennent éventuellement – sinon le plus souvent – des fonctions de comportement non-linéaires. Ajoutons à cette observation d'ordre général la multiplication de telles fonctions de densités et la complexité additionnelle introduite par la combinaison linéaire sous-jacente aux transformations d'orthogonalisation (§ 2.1.3). Force est alors de souligner que *cette sensibilité accrue est de nature à restreindre la fiabilité des résultats obtenus*.

2.2.2. Probabilités d'occurrence des régimes

La relation (16) fournit les probabilités respectives associées aux différents régimes pouvant caractériser l'économie à un instant donné. La probabilité dominante indique alors le régime qui a *vraisemblablement prévalu* à cet instant. A moins que cette probabilité soit égale à ou proche de l'unité, toute conclusion en faveur d'un régime comporte un degré d'incertitude, d'autant plus que l'on est souvent confronté à deux ou plusieurs probabilités très voisines. D'autre part, comme le relève l'objection classique, ces probabilités supposent que l'économie bascule *entièrement* d'un régime à l'autre puisque ce dernier caractérise l'ensemble de l'économie. L'approche en termes de micromarchés (dont nous avons fait état dans l'introduction) pallie cette insuffisance car elle conduit à une interprétation en termes de *proportions d'entreprises situées dans les différents régimes*²⁴.

2.2.3. Utilisation des simulations stochastiques

La méthode et l'usage faite des résidus simulés ont été décrites dans le § 1.5. Toutefois, il nous semble que ces simulations stochastiques doivent être utilisées avec prudence. Il faut en effet souligner que, simuler un résidu, qui a un sens économique à chaque instant t , par un résidu fictif possédant les mêmes propriétés statistiques, conduit inévitablement à commettre une erreur d'évaluation de ce «vrai» résidu, sauf cas exceptionnel. Force est alors de s'interroger sur la validité des calculs menés en aval de ce résidu simulé (régimes, probabilités simulés). Ces réserves s'imposent à une moindre

24. Voir, par exemple, Lambert (1988) pour plus de détails.

échelle en ce qui concerne la détermination du fondamental des déséquilibres et les simulations de politiques économiques, dans la mesure où le calcul des moyennes, sur l'ensemble des tirages aléatoires, des variables endogènes permet de lisser et donc d'atténuer les erreurs engendrées. Les simulations stochastiques ne fournissant donc tout au plus qu'une approximation des résidus, la frontière entre un résidu (simulé) et un déséquilibre effectif doit être considérée comme une frontière «approchée».

2.3. Difficultés liées au processus itératif d'optimisation

2.3.1. Choix convenable des paramètres initiaux

Il est immédiat de constater que la progression décrite par le processus itératif (15) *dépend de façon cruciale des valeurs initiales θ_0 fournis à l'algorithme d'optimisation*. Le choix du point de départ revêt donc une importance capitale. Comme le montre Chow (1983) – et l'expérience empirique est là pour confirmer – le processus converge rapidement si le choix initial θ_0 est proche de la solution²⁵. Dans le cas contraire, la linéarisation au voisinage de la valeur initiale de θ éloigne la valeur calculée de θ d'une itération à l'autre et le processus devient divergent. Le problème est donc de connaître le moyen d'obtenir un « bon » point de départ. Indiquons à ce titre que, dans la pratique, le vecteur d'estimations des m.c.o., obtenu par l'application de la méthode des m.c.o. aux équations de comportement où les variables endogènes non-observables ont été remplacées par des variables observables, constitue un choix initial qui assure presque toujours la convergence du processus itératif. Il fournit même parfois un proxy de la solution pour certains paramètres. Il doit donc être largement préféré au vecteur initial que le chercheur pourrait alternativement envisager et qui serait composé de valeurs arbitrairement préfixées.

2.3.2. Caractère non-borné des vraisemblances et écarts-types

Un autre problème afférant au processus itératif réside dans la possibilité de rendre facilement la vraisemblance (13) infinie en faisant tendre un (ou plusieurs) écarts-type(s) vers zéro. A cette limite dégénérée, toute la masse de la distribution est concentrée au voisinage de la moyenne nulle du (des) résidu(s). La vraisemblance est alors maximisée, sans pour autant que soient obtenues de bonnes estimations des paramètres. Quandt (1976) a mis en évidence ce problème analytiquement. Hartley et Mallela (1977) proposent de choisir le vecteur des paramètres vrais à l'intérieur d'un sous-espace compact de l'ensemble de tous les paramètres possibles, ce sous-espace ne contenant pas les régions où les écarts-types s'annulent. Ils démontrent alors que pour T (taille de l'échantillon) tendant vers l'infini, l'estimateur du maximum de vraisemblance défini par $L(\hat{\theta}) = \sup [L(\theta)]$ converge en probabilité vers le vecteur des paramètres vrais, et constitue donc un point intérieur du compact.

25. Si, de plus, $\partial \text{Log} L / \partial \theta$ est linéaire, la solution est atteinte en une seule itération $\forall \theta_0$.

Partant de ce résultat, et en ce qui concerne le choix pratique du domaine de définition des écarts-types, Laffont et Montfort (1976) notent la possibilité de les *borner inférieurement* de manière à ce que le vecteur des paramètres θ soit un point intérieur du compact. De telles procédures de « butoir » sont fréquemment introduites dans les algorithmes de calcul. Mais il faut reconnaître qu'il est alors incorrect de parler d'écart-type *estimé* dès l'instant où un écart-type bute sur sa borne inférieure fixée par l'utilisateur et prend définitivement la valeur de celle-ci.

CONCLUSION

L'évolution de la réflexion sur le paradigme des équilibres temporaires à prix fixes et l'élargissement progressif du cadre d'analyse à des modèles décrivant plusieurs marchés en déséquilibre ont conduit à l'élaboration d'un grand nombre de modèles théoriques. Toutefois, l'estimation de ces modèles fait appel à des techniques économétriques particulièrement complexes. Cette étude avait pour but d'explorer les difficultés méthodologiques afférant à l'économétrie du déséquilibre, dont le caractère hautement non-linéaire n'est nullement de nature à abroger. Notre objectif était aussi de donner un aperçu critique des principales solutions envisagées dans la littérature.

Après avoir exposé « le mode d'emploi » commenté de la méthode, nous avons axé la réflexion dans trois directions.

La première de ces directions recouvre les hypothèses relatives aux résidus aléatoires, et est d'autant plus justifiée que ces hypothèses ne se limitent pas à celles habituelles du modèle linéaire. La question de la spécification additive ou multiplicative des résidus dans les fonctions de comportement souvent non-linéaires est laissée au jugement du modélisateur et le critère de simplification technique suggérant une spécification linéaire est en général privilégié. Par contre, une restriction importante à laquelle sont soumis les modèles de déséquilibre réside dans la nécessité de connaître la loi de probabilité des résidus pour que l'estimation puisse être réalisée. Si l'hypothèse d'indépendance mutuelle des termes aléatoires est souhaitable pour des raisons techniques, sa non-vérification ne pose pas de problème majeur dès lors que l'on considère des densités jointes ou que l'on orthogonalise les résidus. L'introduction d'une équation d'ajustement des prix permet à Laffont et Montfort (1976) d'estimer des modèles simultanés autorégressifs où les variations connues des prix constituent un indicateur du sens du déséquilibre. Cependant, la densité d'une perturbation autocorrélée est lourde à manier, et il est possible de l'éviter par l'application d'un théorème dû à Gouriéroux, Montfort et Trognon (1985). Mais la théorie révèle une insuffisance quant au cas d'autocorrélation dans les modèles à deux marchés.

Nous avons en second lieu indiqué les raisons pour lesquelles l'interprétation des résultats doit appeler à une certaine prudence. Tout d'abord, la forte sensibilité des résultats d'optimisation à une faible modification structurelle

du modèle peut poser un problème de fiabilité. Ensuite, le critère de la probabilité dominante stricte pour déterminer le régime qui a vraisemblablement prévalu à chaque période est peu pertinent dans le cas de probabilités voisines. Enfin, les simulations stochastiques ne permettant qu'une représentation imparfaite des résidus, les développements auxquels elles conduisent semblent devoir être interprétés avec réserves.

Finalement, quelques questions liées au processus itératif d'optimisation ont été abordées. Le choix convenable des paramètres initiaux, situé à un point proche de la solution, peut être obtenu par l'estimateur des m.c.o. Le problème classique posé par le caractère non borné de la vraisemblance peut être évité si les écarts-types résiduels sont contraints par des bornes inférieures.

Les difficultés que l'on peut rencontrer dans l'estimation des modèles macroéconomiques de déséquilibre ne se limitent certainement pas à celles exposées dans cette étude. Notre objectif était de rendre compte de celles usuellement rencontrées lors de l'élaboration d'une étude économétrique. Ce travail de synthèse peut alors contribuer à servir avec profit la pratique de l'économétrie du déséquilibre, qui constitue un instrument indéniablement lourde et sophistiquée. Mais souvent, cette complexité inhérente à la méthodologie étudiée et la diversité d'hypothèses à laquelle celle-ci fait appel ne va pas sans soulever, au-delà des questions auxquelles nous avons tenté de répondre, des problèmes d'ordre plus généraux de crédibilité. En effet, on comprend que le souci de modéliser plus fidèlement la réalité entraîne la construction de modèles plus généraux, dont l'estimation requière la mise en œuvre de méthodes économétriques nécessairement plus sophistiquées. Mais dans la pratique, cette hausse du degré de sophistication va souvent de pair avec l'introduction d'hypothèses *ad hoc* ou procédures simplificatrices d'ordre statistique ou numérique non forcément cohérentes avec la réalité dont la recherche constituait justement le souci initial du modélisateur. Il nous paraît donc essentiel de trouver un arbitrage acceptable entre cette deuxième tendance et le gain de réalisme souhaité au départ, sous peine de mettre de l'ombre à ce dernier.

BIBLIOGRAPHIE

- AMENIYA T. (1973) « Regression analysis when the dependent variable is truncated normal », *Econometrica*, vol. 41 n° 6.
- ARTUS P. et AVOUYI-DOVI S. (1985) « Une estimation comparative des modèles avec rationnements quantitatifs pour la France et les Etats-Unis », *Economie Appliquée*, 37 (3-4).
- ARTUS P., AVOUYI-DOVI S., LAFFARGUE J.P. (1987) « Un modèle économétrique de déséquilibre et son apport à l'analyse des politiques économiques », *Observation et Diagnostics Economiques*, n° 21, Oct.
- ARTUS P., AVOUYI-DOVI S., LAFFARGUE J.P. (1989) « A disequilibrium econometric model of the french economy with two sectors and endogeneous prices and investment », Conference on Disequilibrium, INSEE.

- ARTUS P., AVOUYI-DOVI S., LAROQUE G. (1985) « Estimation d'une maquette macroéconomique trimestrielle avec rationnements quantitatifs », *Annales de l'INSEE*, 57.
- ARTUS P., LAROQUE G. et MICHEL P. (1984) « Estimation of a quarterly macroeconomic model with quantity rationing », *Econometrica*, nov., 1387-1414.
- BARRO R.J. et GROSSMAN H.I. (1971) « A general disequilibrium model of income and employment », *American Economic Review*, 61.
- BENASSY J.P. (1975) « Neo-Keynesian disequilibrium theory in a monetary economy », *Review of Economic Studies*, 42.
- CHOW G. (1983) « Econometrics », McGraw-Hill.
- CLOWER R. (1965) « The keynesian counter-revolution : a theoretical appraisal », in *The theory of interest rates* (Hahn F. et Brechling F. Eds.), Macmillan.
- CRAMER J.S. (1989) « Econometric applications of Maximum Likelihood methods », Cambridge University Press.
- FAIR R.C. et JAFFEE D.M. (1972) « Methods of estimation for markets in disequilibrium », *Econometrica*, 40, 497-514.
- GINSBURGH V., TISHLER A et ZANG I. (1979) « Alternative estimation methods for two-regime models : a mathematical programming approach », *European Economic Review*, 13, 207-228.
- GOLDFELD S. et QUANDT R. (1972) « Nonlinear methods in econometrics », Amsterdam, North-Holland.
- GOURIÉROUX C., LAFFONT J.J. et MONTFORT A. (1980) « Disequilibrium econometrics in simultaneous equations systems », *Econometrica*, 48, n° 1, Jan.
- GOURIÉROUX C., LAFFONT, J.J., MONTFORT A. (1984) « Econométrie des modèles d'équilibre avec rationnement : une mise à jour », *Annales de l'INSEE*, n° 55-56, Juil.-Déc.
- GOURIÉROUX C., MONTFORT A. et TROGNON A (1985) « A general approach to serial correlation », *Econometric Theory*, 1.
- HART O. et HOLMSTROM B. (1987) « The theory of contracts », in « Advances in Economic Theory », chap. 3, Bewley T.F. Ed., Cambridge University Press.
- HARTLEY M., MALLELA P. (1977) « The asymptotic properties of a maximum likelihood estimator for a model of markets in disequilibrium », *Econometrica*, 45, n° 5, 1205-1220.
- ITO T. (1980) « Methods for estimation for multi-market disequilibrium models », *Econometrica* 48, n° 1, Jan.
- LAFFONT J.J., MONTFORT A. (1976) Econométrie des modèles d'équilibre avec rationnement », *Annales de l'INSEE*, n° 24.
- LAMBERT J.P. (1988) « Disequilibrium macro models based on business survey data : theory and estimation for the belgian manufacturing sector », Cambridge University Press, Cambridge.
- MADDALA G.S. (1986) « Disequilibrium, self-selection, and switching models », in *Handbook of Econometrics*, Vol. III, Ed. Griliches & Intriligator.
- MADDALA G.S. et NELSON F.D. (1974) « Maximum likelihood methods for models of markets in disequilibrium », *Econometrica* 42, 1013-1030.
- MALINVAUD E. (1977) « The theory of unemployment reconsidered », Basil Blackwell, Oxford.
- MONTFORT A. (1990) « Les axes de développements des méthodes macroéconométriques », Colloque de l'AFSE.
- QUANDT R.E. (1988) « The Econometrics of Disequilibrium », Basil Blackwell.
- SALANIE B. (1988) « Wage and price adjustment in a multimarket disequilibrium model », Document de Travail de l'INSEE, n° 8812.

- SNEESSENS H.R. (1981) « Theory and estimation of macroeconomic rationing models », *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Springer Verlag, 191.
- TISHLER A. et ZANG I. (1978) « A new maximum likelihood method for piecewise regression », Tel-Aviv University (Faculty of Management), Working Paper n° 526/R/78.
- TISHLER A. et ZANG I. (1979) « A switching regression method using inequality conditions », *Journal of Econometrics*, 11, 259-274.
- UCTUM R. (1988) « Aspects Internationaux d'une Economie en Déséquilibre : fondements théoriques et applications économétriques – France, 1963-1984 », Thèse de Doctorat NR, Université Paris-X Nanterre.